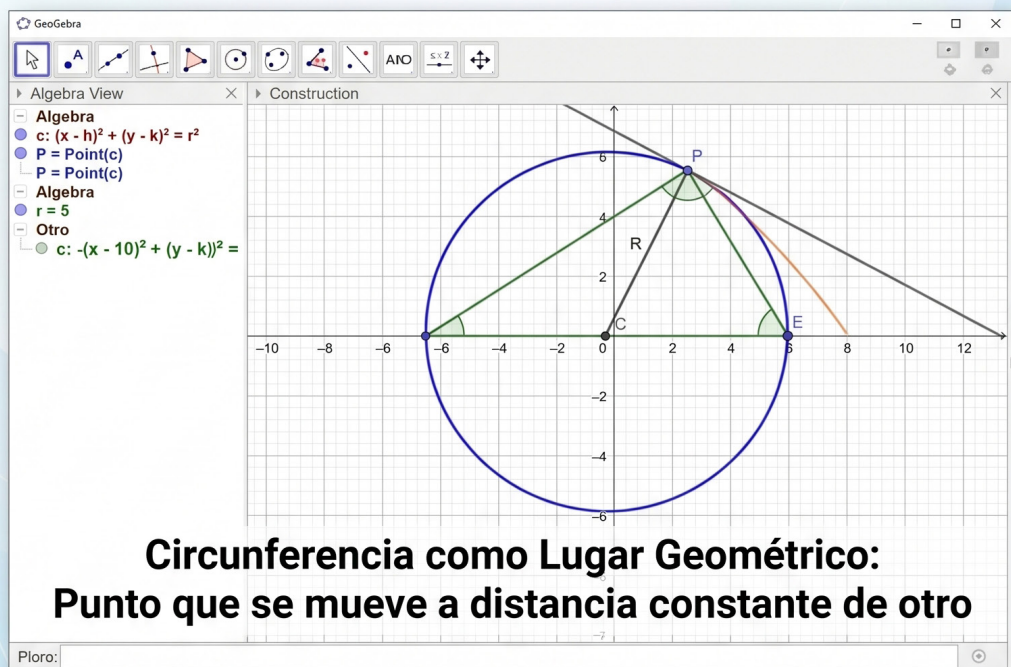


Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico



Rafael Segundo Gutiérrez Cera

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Rafael Segundo Gutiérrez Cera

Título: Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Autor: Rafael Segundo Gutiérrez Cera

ISBN: 978-628-97483-4-5

Materia: Investigación

Tipo de contenido: Académico

Clasificación THEMA: Geometría

Idioma: Castellano

Derechos de autor: Todos los derechos reservados a los autores

País: Colombia

Declaración de Edición Digital: Este libro es una edición digital y ha sido optimizado para su lectura en dispositivos electrónicos.

© Entropía Educativa CI SAS

TODOS LOS DERECHOS RESERVADOS

Contenido

El problema	11
Marco teórico	25
Marco metodológico	57
Resultados de la investigación	73
Guía didáctica de aprendizaje	93

Introducción

El siglo XXI, enmarcado en el proceso de globalización, lleva a los países en vías de desarrollo a una realidad social vertiginosamente cambiante. Ante los cambios significativos que vive la sociedad moderna en este mundo globalizado, se destaca el avance de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) y los recursos tecnológicos, los cuales han revolucionado muchos escenarios de la vida del hombre y uno de ellos es la educación.

En la educación, se han afectado los procesos de enseñanza-aprendizaje, en especial en las matemáticas (Unesco, 2010). Esta situación obliga a las instituciones educativas escolares a un replanteamiento, no solo en la actualización de sus currículos, sino también en sus ambientes de aprendizaje, con la renovación y uso de herramientas tecnológicas o de recursos innovadores que mejoren la acción de la praxis educativa de los docentes.

Ante esta realidad, resulta absolutamente imprescindible experimentar medidas que contribuyan a evitar que el resultado de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas continúe deteriorándose, ya que estas juegan un papel fundamental en el desarrollo de la ciencia y la tecnología de un país.

En la actualidad, el mundo se encuentra inmerso en el marco de una pandemia por el Covid-19, que ha condicionado a los países latinoamericanos a un aislamiento obligatorio total, obligándolos a cambiar el horizonte educativo al pasar de la modalidad presencial en las escuelas a la modalidad virtual o remota. Esta situación ha puesto de manifiesto una problemática generalizada, como es la debilidad y la gran brecha digital existente en el sector educativo colombiano con el uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC) en las aulas y fuera de ellas, cobrando de esta manera una gran importancia su uso en los procesos educativos escolares.

En esta investigación, se plantea estudiar esa problemática en la Institución Educativa “El Carmen”, ubicada en el municipio de Ciénaga-Magdalena, Colombia. Este escenario ha agudizado la necesidad de la utilización de las TIC y los recursos tecnológicos, lo que resulta inminente y necesario su uso en beneficio de los procesos de enseñanza-aprendizaje escolares, sobre todo en áreas tan importantes como lo es la matemática, la cual en los últimos años viene presentando muy bajos resultados académicos en las pruebas SABER PRO.

El objetivo principal de la investigación es analizar la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa EL CARMEN. Se busca que la herramienta tecnológica a implementar permita una nueva y fácil forma de aprender el concepto, los elementos y la construcción de la circunferencia como lugar geométrico, por las particularidades de este software, que involucra un entorno de aprendizaje amigable porque ofrece la oportunidad de trabajar en una vista gráfica, una vista algebraica y una hoja de cálculo.

Es así que el presente trabajo está estructurado por los siguientes capítulos:

- En el Capítulo I, El Problema, se desarrolla el planteamiento, formulación y sistematización del problema; los objetivos de la investigación, generales y específicos; la justificación de la investigación y la delimitación de la investigación, en lo temporal, espacial, temática y metodológica.
- En el Capítulo II, Marco Teórico, se incluyen los antecedentes, las bases teóricas y el sistema y operacionalización de las variables del estudio.
- En el Capítulo III, Marco Metodológico, se presenta el tipo de investigación, el diseño de la investigación, la población y muestra de la investigación, instrumento de recolección de datos, la validez y confiabilidad del instrumento, técnicas de análisis de datos y procedimiento de la investigación.
- En el Capítulo IV, Presentación y Resultados de la Investigación, en donde se presentan, interpretan y analizan los resultados de la investigación y se confrontan con los fundamentos teóricos y los antecedentes soportes del estudio.
- En el Capítulo V, corresponde al aporte de la investigación al campo científico, obtenido desde los resultados de la investigación.
- Finalmente, la tesis termina presentando las Conclusiones, Recomendaciones, Referencias Bibliográficas y Anexos.

Capítulo I

El problema

En términos generales, la matemática es tan antigua como el propio origen y desarrollo de la humanidad. Desde el mismo instante en que el hombre primitivo adquiere conciencia de su entorno, aparecen las matemáticas; pues tiene, con toda urgencia, que asegurar su supervivencia, y surge la necesidad de introducir el concepto de número para contar, medir y buscar relaciones numéricas entre el atributo de un objeto o varios. Su evolución y conocimiento ha ido avanzando lentamente por su carácter abstracto; su comprensión se ha estructurado a partir de definiciones, axiomas y demostraciones, donde la geometría ha sido base fundamental para su desarrollo.

En el currículo escolar colombiano, la geometría constituye un aspecto relevante de estudio, dado que el pensamiento geométrico se asocia a muchos otros tipos de pensamientos matemáticos y, de manera especial, al pensamiento variacional. En el desarrollo del pensamiento geométrico, toma particular importancia el estudio de la circunferencia, como lugar geométrico, elementos, su representación, relaciones y teoremas; no solo por la seducción y propiedades, sino por sus aplicaciones. Sin embargo, su proceso de

enseñanza-aprendizaje siempre ha mostrado una dificultad ampliamente compleja en el ámbito de los diferentes niveles de la educación escolar porque su enseñanza se lleva a cabo por el método tradicionalista mediante regla, compás y tablero, produciéndose errores que se traducen en dificultades en el aprendizaje en el momento de aplicar el concepto, definir sus elementos, sus características y el reconocimiento de sus propiedades para la resolución de problemas.

Al respecto, cabe agregar que de esta problemática no está exenta la Institución Educativa "EL CARMEN", ubicada en el municipio de Ciénaga-Magdalena, Colombia; que también se le suma otro aspecto importante en la actualidad, como es la crisis educativa que vivimos, resultado de la pandemia ocasionada por el Covid-19, la cual ha condicionado al país a un confinamiento obligatorio total, obligando a cambiar totalmente el horizonte educativo al pasar de la modalidad presencial en las escuelas a la modalidad virtual o remota. Esta situación ha puesto de manifiesto una problemática, como es la debilidad y la gran brecha digital existente en el sector educativo colombiano por el uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC) en las aulas y fuera de ellas, cobrando importancia su aplicación en los procesos educativos escolares.

Con base en lo expuesto, el uso de las TIC y los recursos digitales que permiten realizar mediaciones tecnológicas están adquiriendo una importancia cada vez mayor en los procesos escolares, que conlleva al sector educativo a través de sus instituciones a que replanteen no solo sus currículos en las diferentes áreas obligatorias, sino la renovación permanente de sus procesos de enseñanza-aprendizaje, reclamando la configuración de espacios innovadores, ambientes de aprendizajes y nuevas formas de desarrollar las praxis educati-

vas dentro del aula y fuera de ellas, que sea diferente a la forma tradicional de pizarras, papel y lápiz.

En tal sentido y precisando de una vez, el área de las matemáticas a lo largo de la historia con respecto a su proceso de Enseñanza-Aprendizaje siempre ha sido dificultoso y complicado por la naturaleza misma de las matemáticas que generan implicaciones didácticas en su proceso de enseñanza para la mayoría de los estudiantes en los diferentes niveles educativos, debido a que la forma tradicional y rutinaria en que se desarrollan los contenidos tienden a disminuir la atención de los alumnos, su motivación y por ende la capacidad de aprendizaje del conocimiento matemático escolar; siendo esto una particularidad muy grave, a pesar de que, desde el comienzo de la Edad Media el conocimiento de las matemáticas se ha considerado esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología. (MEN, 2006).

En efecto, Vergel, Duarte y Martínez (2015) comentan: las matemáticas son consideradas la base de los procesos complejos del conocimiento, donde es necesario que las personas posean el pensamiento crítico, reflexivo y analítico; donde éstas desarrollan la capacidad para reconocer, analizar y solucionar problemas, por lo que es muy importante en los primeros años de la formación intelectual de cada persona para desarrollar el pensamiento matemático y sus competencias matemáticas básicas. Es decir, las matemáticas son una ciencia dinámica y cambiante, que históricamente ha servido para variados objetivos, ligados estrechamente a la generación de conocimientos de tipo científico y tecnológico en las personas y que a su vez ha contribuido con el desarrollo y bienestar de la humanidad.

Resulta oportuno decir, que muchas investigaciones realizadas en el presente siglo en el campo de la educación señalan que la principal

innovación en la última década para el sector educativo ha sido la incorporación de las TIC y los recursos digitales o herramientas tecnológicas en el aula de matemática, consideradas como elementos mediadores en la praxis educativa que facilitan el aprendizaje. En tal sentido, Álvarez, Villegas & Almeida (2014) señalan que, en el aprendizaje de las matemáticas, los medios tecnológicos favorecen una penetración más profunda en el contenido matemático que se estudia mediante una actividad matemática que es más experimental, de búsqueda del conocimiento, de establecimiento de conexiones, pero, además, que contribuyen a activar y a motivar a los alumnos hacia el estudio.

En el mismo orden de ideas se pueden citar algunos estudios recientes de autores reconocidos (Ávila, 2012; Ruiz, 2011; Villa, 2011; Moreno, 2002), cuyos resultados han mostrado que el uso de recursos tecnológicos en el aula de clase en el área de matemática permite la adaptación de ambientes de aprendizaje escolares en los que los estudiantes pueden producir conocimientos matemáticos de una forma alternativa y concreta, donde se resalten y se visualicen aspectos de los objetos matemáticos no siempre explícitos llevados a cabo por el docente en el modelo tradicional y de presentación expositiva.

Al respecto, Rico & Sierra (1994) también afirman que la introducción de los medios tecnológicos conocidos como software (en particular los softwares libres) en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática puede hacer realidad una de las sugerencias didácticas ofrecidas por Puig Adam (1959), en su decálogo de la Didáctica de la Matemática Media, referida a enseñar matemática guiando la actividad descubridora del alumno. En tal sentido, GeoGebra es una herramienta tecnológica, interactiva y especializada;

se presenta como un importante software matemático de mucho valor didáctico para la enseñanza-aprendizaje de la matemática por facilitar procesos de visualización, análisis, ordenamiento, razonamiento, resolución y planteamiento de problemas y también, porque les permite a los estudiantes estimular y desarrollar su creatividad sobre la construcción del conocimiento matemático escolar.

Con referencia a lo anterior, esos recursos tecnológicos como mediadores en el aula van a propiciar un ambiente de aprendizaje dinámico e interactivo, induciendo una notable renovación de la metodología planteada por el docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, incrementando con ello la motivación de los aprendices en el querer aprender matemática, innovando su praxis de enseñanza en el área de matemática y facilitando el logro de aprendizajes comprensivos y significativos para la vida que respondan a la exigencia de la sociedad y al mundo globalizado.

En este propósito, la Institución Educativa "EL CARMEN" ubicada en el municipio de Ciénaga, Departamento del Magdalena, Colombia, en la experiencia docente antes de la pandemia por el Covid-19, se ha observado que la práctica del docente en la Educación Básica y Media en el área de matemática, está fundamentalmente, basada en el modelo tradicional con el discurso expositivo, pizarra, marcadores acrílicos, papel, lápiz y en la entrega de fichas de prácticas a los alumnos, es decir, una enseñanza mecánica y memorista, esto influye en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, donde se enseña una variedad de fórmulas y métodos puramente mecánicos, donde los estudiantes no están preparados para resolver problemas fuera del aula o en su contexto externo, no justifican sus procedimientos de solución y poder reflexionar sobre sus resultados, sin darle un sentido lógico a lo que están resolviendo y aprendiendo.

En estos momentos, inmersos en la pandemia, donde se ha reinventado el horizonte educativo en Latinoamérica, especialmente en Colombia, pasando de la educación presencial a la modalidad de manera virtual o remota, se ha implementado la elaboración de “Guías Didácticas de Aprendizajes” que se ciñen mucho a texto puramente academicista, sujetos a principios y aspectos tradicionales donde se siguen procedimientos mecánicos, rígidos y algorítmicos. En estos documentos elaborados se observa el breve contenido en sus conceptos, definiciones, propiedades, ejemplos resueltos de ejercicios y no de una verdadera resolución de problemas; no se observa una situación didáctica que utilice alguna herramienta tecnológica de exploración, que inste al estudiante de manera asincrónica a motivarse por fortalecer su aprendizaje comprensivo de las temáticas tratadas; siguiendo con ello, la misma enseñanza-aprendizaje tradicional e histórica.

En tal sentido, se pudo apreciar que cuando se enseña la geometría analítica a estudiantes de Décimo grado de la Institución Educativa “EL CARMEN”, específicamente en el tema de la circunferencia como lugar geométrico, no se plantea adecuadamente, no hay una visualización clara y concreta del objeto matemático; esto no permite que el estudiante desarrolle su nivel de aprendizaje de reconocimiento o familiarización, de análisis y de ordenación o clasificación asociados al objeto geométrico en estudio y en el desarrollo propositivo de su pensamiento matemático que pueda estimular su aprendizaje y adquisición del conocimiento.

Al respecto, Álvarez et al. (2014, p.27) plantean que: Uno de los asistentes matemáticos desarrollados como software libre más popular en los últimos años es GeoGebra, un recurso escrito en Java y disponible en múltiples plataformas. Esta herramienta permite el manejo dinámico de las figuras geométricas, lo que facilita analizar

la variación o no de sus propiedades y relaciones al modificarlas. Asimismo, posibilita examinar un objeto matemático en diferentes registros de representación, por medio de la articulación de su interfaz gráfica con una vista algebraica, una simbólica y una hoja de cálculo, lo que favorece el establecimiento de relaciones y una comprensión más profunda de lo que se estudia.

Así mismo, González, Gutiérrez & Sandoval (2017) consideran que “GeoGebra contribuye en muchos aspectos a mejorar las metodologías de enseñanza-aprendizaje y para la solución de problemas académicos, proporcionando información valiosa en aspectos gráficos, lo cual genera interés en la aplicación de esta herramienta para la resolución de problemas”.

Es evidente entonces una problemática enmarcada en la perspectiva negativa del proceso de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico, que ha afrontado la Institución Educativa “EL CARMEN”, que induce a una necesidad como es la de establecer el uso del software GeoGebra como herramienta para mediar de manera dinámica e interactiva el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico y lograr una enseñanza en los estudiantes generadora de conocimiento para la vida.

Resulta oportuno decir que, hasta el presente, se han desarrollado muchos trabajos sobre el software GeoGebra; se tienen variadas versiones, enfoques, aplicaciones. Por tanto, GeoGebra es un software matemático libre, es una herramienta tecnológica, un recurso didáctico virtual, en proceso de maduración, con gran potencial de aplicación a distintos campos de la matemática y la ciencia.

Por ello, en nuestra investigación se analizará la efectividad del uso del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

lugar geométrico; ha de contribuir en los estudiantes a fortalecer su enseñanza, lo cual a su vez repercutirá en ellos, en la mejora de su capacidad de reconocimiento, de análisis, de clasificación y razonamiento deductivo del objeto geométrico tratado en esa área de la Matemática.

Formulación del problema

La situación antes mencionada conlleva formular el siguiente interrogante a fin de responder a las diversas dudas y planteamientos esbozados por el investigador con relación al tema: ¿Cuál es la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena?

Teniendo en cuenta la pregunta central de investigación, surge la necesidad de hacer interrogantes específicos, que permitan obtener un conocimiento amplio, concreto y profundo sobre la temática planteada, tales como:

- ¿Cuál será el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena?
- ¿Qué herramientas del software GeoGebra se aplicarán para el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena?
- ¿Cuál será el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional de la Institución Edu-

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

cativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena?

- ¿Cuál será el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases con el software GeoGebra de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena?
- ¿Cuál será el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional y de los que recibieron clases con el software GeoGebra de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena?
- ¿Cuáles lineamientos teóricos-prácticos deben desarrollarse para el uso del Software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena?

Objetivos de la investigación

Objetivo general

Analizar la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga, Magdalena.

Objetivos específicos

- Diagnosticar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.

- Aplicar las herramientas del software GeoGebra para el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.
- Identificar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.
- Identificar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases con el software GeoGebra de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.
- Comparar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional y de los que recibieron clases con el software GeoGebra de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.
- Formular lineamientos teóricos-prácticos para el uso del Software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.

Justificación de la investigación

Las herramientas tecnológicas o recursos didácticos virtuales configurados desde ambientes informáticos como calculadoras, páginas interactivas de Internet, software especializado, etc., entendidos no

solo como recursos apropiados para la enseñanza de las matemáticas, sino como todo tipo de soporte virtual en los cuales se estructuran las situaciones problema más apropiadas para el desarrollo de la actividad y objeto matemático en los estudiantes, deben ser analizados en términos de los elementos conceptuales, teóricos y procedimentales que efectivamente permiten utilizarlos en el aula o fuera de ella.

En tal sentido, el software GeoGebra es una de esas herramientas o recursos virtuales configurados en un ambiente informático que bien pueden estar presentes en la Educación Básica y Media, proponen nuevos retos y perspectivas a los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas en tanto que permiten reorganizaciones curriculares, pues no solo realizan de manera rápida y eficiente tareas rutinarias, sino que también integran diferentes tipos de representaciones para el tratamiento de los conceptos (tablas, gráficas, ecuaciones, simulaciones, modelaciones, etc.). Todo esto facilita a los alumnos centrarse en los procesos de razonamiento propio de las matemáticas y, en muchos casos, puede poner a su alcance problemáticas antes reservadas a otros niveles más avanzados de la escolaridad. (Estándares Básicos de Competencias Matemáticas, MEN, 2006).

En concordancia con este enfoque, el autor se direcciona hacia la propuesta de lineamientos teórico-prácticos mediados por el software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa "EL CARMEN" del municipio de Ciénaga Magdalena, que permita alcanzar el conocimiento matemático escolar sobre la circunferencia como lugar geométrico, y para lograrlo se requiere de un extenso proceso dinámico de enseñanza e interactivo de

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

aprendizaje, con la participación de los actores: docente-estudiante y estudiante-estudiante involucrados en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Así mismo, con esta investigación se busca mostrar la importancia de fortalecer el pensamiento geométrico y espacial en los estudiantes de la Educación Media, conocimiento matemático para la vida; al adquirir y apropiarse de ese saber que da la geometría, por su mismo carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es puramente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior y, en particular, formas diversas de argumentación. (Lineamientos curriculares de las matemáticas, MEN, 1998).

Otras de las razones que impulsan abordar el presente estudio son la importancia que reviste el uso de las TIC y las herramientas tecnológicas como el software GeoGebra en la innovación de la educación, con la intención de responder a una nueva sociedad caracterizada por ser abierta, flexible y digital; con el propósito de atender las necesidades de los estudiantes, reconstruir los ambientes de aprendizajes que les permitan reestructurar sus concepciones sobre el valor de la adquisición del conocimiento para afrontar este mundo globalizado.

Con base en las implicaciones expuestas, se justifica el presente estudio, con relación a los siguientes criterios:

Desde el punto de vista teórico, este estudio aporta resultados importantes sobre la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo, con el propósito de que la directiva de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena comprenda la importancia del uso del software GeoGebra como herramienta tecnoló-

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

gica para el fortalecimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de las cónicas en la institución. La comprobación de este efecto positivo del uso del software GeoGebra, sobre la base de evidencias empíricas encontradas, agrega nuevos aportes y argumentos a la elaboración teórica existente sobre la temática en estudio.

Desde el punto de vista práctico, se justifica, porque contribuye a través de los resultados obtenidos y las recomendaciones en la mejora del aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena. Contribuyendo a la mejora del conocimiento matemático escolar de los estudiantes sobre lugares geométricos y el nivel académico en las pruebas saber al compararse con otras instituciones de la región.

Desde el punto de vista metodológico, la investigación se justifica, porque para tal fin se ejecuta una investigación explicativa-aplicada que permite recopilar información del universo de investigación; su interés se centra en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se manifiesta. Además, puede servir como antecedente y como fuente de consulta a futuras investigaciones en el área en cuestión para ser aplicado en forma de instrumento, en la recolección de información, debido a la relevancia e innovación que presenta el tema de estudio, como es, el uso del software GeoGebra como herramienta apropiada para la enseñanza-aprendizaje de la matemática, tanto a nivel global, nacional como local.

Desde un punto de vista social, esta investigación pudiera tener trascendencia hacia las otras instituciones educativas del municipio de Ciénaga Magdalena, al plantear reflexiones acerca de la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia y otras cónicas, así mismo en la construcción y modelos de instrucción para

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

otros objetos matemáticos que permitan su mejoramiento educativo y académico en la región.

Delimitación del problema

La presente investigación, está orientada a analizar la efectividad del Software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.

La delimitación espacial comprende específicamente el municipio de Ciénaga, Departamento del Magdalena, región situada en un punto estratégico de la geografía nacional colombiana, por sus inmensas extensiones de costa a lo largo y ancho del océano Atlántico y rodeada por la Sierra Nevada de Santa Marta.

Temporalmente, el trabajo de la investigación se realizará en el lapso comprendido desde enero de 2021 hasta junio de 2022, correspondiente a analizar la efectividad del Software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de Décimo grado de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.

El eje temático, objeto de investigación, se encuentra enmarcado en una línea de investigación, constituida por una línea matricial en Didáctica de la Geometría, línea potencial en TIC e innovación en la enseñanza de las matemáticas, con área temática en geometría analítica y objeto matemático la circunferencia como lugar geométrico.

Considerando el propósito de cumplir con los objetivos planteados, la delimitación teórica se fundamenta en los siguientes autores: Herrera (2018); Carbajal (2017); González (2018); De León (2018); Díaz (2016) y otros.

Capítulo II

Marco teórico

El fundamento de este capítulo consiste en realizar una lectura crítica de otros trabajos similares realizados y la teoría existente sobre el tema de estudio para tener una orientación y pensar en las explicaciones que podrían dar respuestas al problema planteado. En esta etapa, se aborda lo concerniente a los antecedentes de la investigación para crear un marco referencial, así como las bases teóricas, comprendidas por la confrontación de diversos autores alrededor de las definiciones que estos realizan en torno a la variable de la investigación; asimismo, la confrontación esbozada por cada uno para lograr expresar una postura crítica con respecto al tema. Se finaliza con la sistematización y cuadro de operacionalización de las variables de estudio.

Antecedentes de la investigación

Para efecto, a continuación, se presentan las síntesis de algunas tesis de maestría y doctorales que han servido de apoyo para desarrollar esta investigación en los aspectos teóricos relacionados con la variable de estudio, así como en aspectos metodológicos.

Internacionales

En primera instancia, Herrera (2018) realizó una tesis doctoral titulada: “Las secciones cónicas desde el entorno dinámico GeoGebra”, por la Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua.

La problemática abordada fue que en la Educación Media en Nicaragua se observa que la enseñanza de las secciones cónicas es a través del discurso magistral del profesor como principal medio didáctico, lo cual no da lugar a que el estudiante tome un papel activo en la construcción del conocimiento geométrico, ni se fomenta la creatividad ni el aprendizaje significativo. Esta temática está contemplada en los currículos nacionales de los niveles de bachillerato y universitario, y se recomienda la utilización del software para su enseñanza. Sin embargo, el autor notó que existe un desconocimiento o dificultad en la comprensión de las secciones cónicas y en el uso adecuado de los recursos tecnológicos para su enseñanza.

El propósito de la investigación fue elaborar una propuesta didáctica-metodológica que contemple actividades de aprendizaje para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las secciones cónicas, fundamentada en el modelo de Van Hiele, utilizando como recurso mediador el GeoGebra. En tal sentido, tuvo un fundamento teórico en trabajos De León (2007), Ruiz (2012), Blanca (2012), Pizarro (2009), Soberanes (2013), Gonzáles & Osorio (2012) y González (2014).

Metodológicamente, se estructura de acuerdo a los objetivos desarrollados. La investigación es cualitativa, de enfoque naturalista, tipo fenomenológico, exploratoria y descriptiva. Los métodos usados son análisis documental, inductivo y deductivo. Los instrumentos utilizados fueron una prueba diagnóstica y la entrevista.

Se concluye que, luego de haber fundamentado, diseñado y simulado parcialmente la propuesta, se permitió demostrar que el uso del software GeoGebra como recurso mediador usando el modelo de Van Hiele influye significativamente en el aprendizaje de las secciones cónicas.

Por lo tanto, la mencionada investigación aporta elementos valiosos a nuestro trabajo, entre ellos aspectos conceptuales sobre el modelo de Van Hiele, como modelo rector en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, y metodológicos para la elaboración del instrumento y actividades de aprendizaje, así como referentes teóricos para la variable de estudio uso del software GeoGebra, que lo convierten en un referente bibliográfico.

En la misma línea, Carbajal (2017) realizó una tesis de doctorado titulada: “Modelación de Van Hiele mediado por GeoGebra en el aprendizaje de las secciones cónicas en estudiantes del I ciclo de Ingeniería de Sistema de la Universidad César Vallejo”, por la Universidad Nacional de Educación “Enrique Guzmán y Valle”, Lima-Perú.

La problemática abordada consistió en que cuando los estudiantes llegan a la educación superior, muestran deficiencias en el trabajo con los temas de secciones cónicas, debido a que no recibieron la enseñanza adecuada; al hacer el diagnóstico de tema, los resultados no son buenos y ese problema afecta en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que la geometría analítica es importante para todo estudiante de ingeniería, porque estos temas de secciones cónicas resultan aplicativos en su especialidad. Así mismo, desconocen el manejo de software aplicativo como GeoGebra, por lo que hace más difícil el entendimiento de las secciones cónicas, por lo que se planteó el problema con el interrogante: ¿Qué efectos produce la modelación de Van Hiele mediado por GeoGebra en el aprendizaje de las secciones cónicas?

El objetivo general de la investigación fue determinar los efectos que produce la modelación de Van Hiele mediada por GeoGebra en el aprendizaje de las secciones cónicas; fundamentado teóricamente en los trabajos de Lara (2016), León (2014), Maguiña (2013), Santos (2014), Bonilla (2013), Cabello (2013), Ixcaquic (2015), Vallejo (2014), Zambrano (2005).

Metodológicamente, el enfoque de investigación es cuantitativo y de tipo aplicada. El diseño es experimental, de estudio cuasiexperimental. La población estuvo conformada por 184 estudiantes y la muestra por 80; el tipo de muestreo fue no probabilístico intencional. La técnica utilizada fue la encuesta y el instrumento de preprueba y post prueba. La validez por juicio de experto es un 88,2 % y la confiabilidad con KR (20) de Kuder Richardson fue 0,84 en la preprueba y 0,87 en la posprueba.

Asimismo, los resultados indican que la aplicación del modelo Van Hiele mediado por GeoGebra mejoró significativamente el aprendizaje de las secciones cónicas. Sin embargo, el logro de los estudiantes llegó hasta el nivel 3. La prueba U de Mann Whitney aplicada al grupo de control y experimental en la posprueba, el nivel de significancia fue menor a 0,05, lo cual indica que tiene diferencias significativas en sus promedios; por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa.

A manera de conclusión, los resultados indican que existe evidencia estadística para afirmar que la modelación de Van Hiele mediada por GeoGebra produce efectos significativos en el aprendizaje de las secciones cónicas en estudiantes del I ciclo de Ingeniería de Sistemas de la Universidad César Vallejo, 2017.

Así, se encontró que el antecedente descrito contribuye en esta investigación, ya que trabajó aspectos como el aprendizaje mediado

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

por el modelo Van Hiele y el uso del software GeoGebra, siendo tomados sus aspectos teóricos y metodológicos como aportes relevantes por su similitud para profundizar los planteamientos al ser aplicados en el contexto elegido de la presente investigación.

Seguidamente, González (2018) realizó una tesis de maestría titulada: "Conocimientos correctos y errores de conocimiento en el estudio de las cónicas con uso de GeoGebra por estudiantes de tercero de bachillerato", por la Universidad de Cuenca, Ecuador.

La problemática abordada por el autor consistió en que, al observar una clase usando recurso tecnológico sobre la enseñanza de las cónicas, los estudiantes, a pesar de los conocimientos correctos alcanzados en el proceso de enseñanza-aprendizaje, incurrieron en errores de conocimiento, es decir, el uso de un software en particular le permitía a los estudiantes realizar esa mediación de saberes, ya que les permitía manipular de manera directa los objetos matemáticos y trabajar interactivamente con ellos; pero no ayuda a cubrir todas las necesidades cognitivas (conocimientos correctos y errores).

El propósito de la investigación fue identificar los conocimientos correctos e incorrectos por parte de los estudiantes de tercer año de bachillerato que emplearon GeoGebra como recurso didáctico; en tal sentido, tuvo un fundamento teórico en trabajos de Monsalve (2011), Coll (2011), Coll & Monereo (2008), Tamayo (2013) y Sarmiento (2014).

Metodológicamente, se estructura de acuerdo con los objetivos desarrollados. La investigación tuvo un enfoque cuantitativo de tipo descriptivo, con una población finita de 15 estudiantes "A" de la Unidad Educativa "Los Andes"; al ser pequeña, se la usó como muestra, la cual fue de tipo no probabilística por conveniencia, pues se tuvo

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

fácil acceso a los sujetos para la investigación; el proyecto consideró la variable conocimientos correctos y errores de conocimiento.

Concluyéndose que, en los resultados, se evidenció que los conocimientos correctos vienen dados por la interpretación del lenguaje y aplicación de conocimientos previos, mientras que los errores de conocimientos son el proceso de solución de problemas y la operacionalización algebraica. Asimismo, la aplicación de las TIC permite que el estudiante efectúe su proceso de aprendizaje de forma interactiva y directa, pero no es una respuesta definitiva a la adquisición de conocimientos y total comprensión de las cónicas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Por lo que, la mencionada investigación aporta elementos valiosos a nuestro trabajo, entre ellos aspectos conceptuales y metodológicos para la elaboración del instrumento, así como referentes teóricos para la variable independiente uso del software GeoGebra como herramienta de aprendizaje, que lo convierten en un referente bibliográfico.

En el mismo sentido, De León (2018) realizó una tesis de maestría titulada: "Efectos de la utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias, de estudiantes preuniversitarios de Concepción", por la Universidad Nacional de Concepción, Paraguay.

La problemática abordada, consistió en que en Paraguay la Geometría Analítica es enseñada de una forma tradicional y bastante lineal, tanto en la universidad para los docentes como en el bachillerato para los estudiantes; les dificulta la comprensión de los conceptos relacionados con las rectas y las cónicas, la identificación de sus elementos, las definiciones formales de las ecuaciones canónicas y la

clasificación y diferenciación entre ellas; trayendo consigo un bajo rendimiento académico reflejado siempre en las planillas de calificaciones. Por tanto, el autor encaró el problema planteando innovar el proceso de enseñanza-aprendizaje de una forma innovadora, implementando el uso del recurso educativo digital GeoGebra, formulando el siguiente interrogante: ¿Cuáles son los efectos de la utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias de estudiantes preuniversitarios de Concepción?

El propósito de la investigación fue determinar los efectos de la utilización del software GeoGebra en la enseñanza-aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencias, de estudiantes preuniversitarios de Concepción; fundamentado teóricamente en los trabajos de Montesinos (2010), Rivas (2012), Mertens (2000), García (2006), Campo (2012), Bonilla (2013), Silva & Oteiza (2001), Hohenwarter & Hohenwater (2009), Tortosa Grau (2012), Díaz (2015) y Limón (2010).

Como marco metodológico, se tuvo en cuenta el paradigma cuantitativo de investigación, el diseño cuasiexperimental con alcance descriptivo, con una población de 65 estudiantes preuniversitarios y 6 docentes; como la población es pequeña, no hubo necesidad de elegir muestras, se trabajó con el 100 %. Se utilizó como técnica, la prueba mediante un pretest y postest para medir el nivel de conocimiento, y la puesta en marcha en un seminario-taller del manejo del software, registrando las evidencias a través de observaciones directas.

Concluyendo, los resultados obtenidos en esta investigación permitieron concluir y responder al objetivo general de la investigación, destacando que existe un nivel de conocimiento esperado, llegando a obtener la escala satisfactorio en cuanto al porcentaje y ren-

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

dimiento académico, constatándose con esto que la utilización del software GeoGebra es una alternativa válida para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes preuniversitarios. Asimismo, se puede sugerir a los docentes del área de Matemáticas la implementación y uso del software GeoGebra para mejorar el rendimiento académico, evitando clases monótonas y repetitivas.

Por lo tanto, la mencionada investigación se considera de gran aporte, ya que cuenta con una estrecha relación con la variable objeto de estudio denominada uso del software GeoGebra para el aprendizaje, en donde permite contar con información metodológica que puede ser utilizada en el desarrollo de la investigación.

Por último, Díaz (2016) realizó una tesis de maestría titulada: "Efectividad del uso de los software GeoGebra y Dr. Geo en el aprendizaje de la Geometría", en la Universidad Privada Dr. Rafael Bellosillo Chacín, Venezuela.

La problemática abordada por el autor hace referencia a que el no uso de las TIC como herramientas de aprendizaje de la geometría puede incidir en el deficiente desarrollo de habilidades cognitivas de los estudiantes en torno a la observación, la representación, la exploración, la intuición y la comprobación de hipótesis. De continuar esta situación en las instituciones educativas de Maicao-Guajira, provocará desmotivación en los estudiantes, el deficiente desarrollo de sus capacidades cognitivas y escasos avances en los niveles jerárquicos del razonamiento en el aprendizaje de la geometría; planteándose el siguiente interrogante: ¿Cuál es la efectividad del uso de los softwares GeoGebra y Dr. Geo en el aprendizaje de la geometría del grado octavo de la Institución Educativa No. 2 de Maicao?

El propósito de este trabajo de investigación fue analizar el uso del software GeoGebra y Dr. Geo en el aprendizaje de la geometría en

los estudiantes de octavo grado, en la Institución Educativa No. 2 de Maicao, Colombia; para ello, se apoyó en los postulados teóricos de Araujo (2010), Arrieche (2011), Gordillo (2012), Parra (2012), Bustos (2013) y Kutluca (2013), entre otros.

Metodológicamente, la investigación se enmarca en el ámbito evaluativo, pues se pretendió estimar la efectividad del uso de la estrategia de aprendizaje centrada en los softwares GeoGebra y Dr. Geo bajo un diseño cuasiexperimental utilizando grupo de control con pre y posprueba. Se asumió como población al conjunto de estudiantes de la Institución Educativa No. 2 de Maicao, y como unidades de información a 65 estudiantes de octavo grado de bachillerato, por lo cual se hizo uso de un muestreo de tipo intencional.

Asimismo, para recoger la información se recurrió al uso de una prueba de conocimiento, conformada por 15 preguntas, la cual fue validada por docentes expertos en la asignatura y establecida su confiabilidad en una prueba piloto a través del coeficiente de Kuder Richardson, estimándose en $r_{tt} = 0.83$, indicador de una muy alta confiabilidad. Los datos fueron procesados a través del software Excel versión 2007, calculándose las medidas de tendencia central y dispersión, así como la t de Student para evidenciar las diferencias estadísticas significativas.

A manera de conclusión de la investigación, los resultados permitieron corroborar que el uso del software GeoGebra y Dr. Geo fue más efectivo para el aprendizaje de la geometría que la clase tradicional basada en la exposición del docente.

Resulta oportuno decir que la investigación expuesta es de relevancia para la presente investigación porque brinda un apoyo conceptual y metodológico, convirtiéndose en un buen referente para identificar los elementos y aspectos que se tuvieron en cuenta para

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

evaluar la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la geometría.

Nacionales

En primera instancia, Giraldo (2017) realizó una tesis de maestría titulada: “Construcción de secciones cónicas, para estudiantes de grado noveno en la I.E. Jorge Villamil Ortega (Zona Rural de Gigante, Huila)”, por la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales, Colombia.

La problemática abordada por el autor, hace referencia a la dificultad de los estudiantes de grado noveno en la I.E. Jorge Villamil Ortega en la interpretación y en la construcción de las secciones cónicas y teniendo en cuenta que la educación actual en Colombia, mediante el PEI (Proyecto Educativo Institucional), se busca implementar ambientes y entornos pedagógicos viables a los estudiantes con el fin de que aprenda de la forma más sencilla posible y a la vez práctica, se plantea la formulación ¿Cómo introducir el software interactivo GeoGebra como herramienta para el desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes de noveno grado en el proceso de enseñanza-aprendizaje a partir del estudio de la construcción de las secciones cónicas?

El propósito de la investigación fue estudiar el impacto del uso del software interactivo GeoGebra como ayuda para la enseñanza y el aprendizaje de las secciones cónicas; en tal sentido, tuvo un fundamento teórico en trabajos de Giraldo (2011), Calderón (2013), Borbón (2010), Falcón (2009), Trujillo & Giraldo (2011).

Metodológicamente, se estructura de acuerdo a los objetivos desarrollados. La investigación es de tipo explicativa, de diseño cuasiexperimental de prueba diagnóstica y posprueba y un grupo de

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

control. Las sesiones de aprendizaje de secciones cónicas se desarrollaron haciendo uso del software GeoGebra en un grupo experimental de 27 integrantes. Para la evaluación del aprendizaje de contenidos de las secciones cónicas se usó el modelo de Van Hiele, que consta de cinco fases: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración. El análisis de datos se realizó con la estadística descriptiva.

A manera de conclusión, los resultados obtenidos evidenciaron que los estudiantes del nivel cero de visualización o reconocimiento al nivel 1 de análisis del modelo Van Hiele, pues se constató que, por medio del uso del software GeoGebra, descubrieron y generalizaron las propiedades de los lugares geométricos de las secciones cónicas.

Por lo tanto, la mencionada investigación aporta elementos valiosos a nuestro trabajo, entre ellos aspectos conceptuales y metodológicos para la elaboración del instrumento y el tratamiento estadístico de los datos, así como referentes teóricos para la variable independiente uso del software GeoGebra, que lo convierten en un referente bibliográfico.

En segundo lugar, Cuentas, Miranda & Chilito (2017) realizaron una tesis de maestría titulada: Secuencia didáctica "Sólidos geométricos" mediada por el software GeoGebra para estimular el pensamiento geométrico en estudiantes de 9°, por la Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia.

La problemática tratada por el investigador fue detectada en las instituciones educativas de carácter oficial Fernando Hoyos Ripoll, Politécnico de Soledad y Villa Estadio. El autor señala que, por un lado, el análisis negativo de las prácticas pedagógicas, donde los docentes usan métodos y estrategias poco llamativas para las

estudiantes basadas en métodos tradicionales, que no promueven la motivación ni mucho menos la enseñanza en los jóvenes, porque generalmente, se relacionan con el poco uso de herramientas tecnológicas y juegos que permitan la manipulación: construcción de figuras geométricas con materiales que permitan desarrollar su pensamiento espacial. Y, por otro, están los bajos resultados históricos en el área de geometría en las pruebas externas o pruebas IC-FES; planteándose la siguiente formulación: ¿Cómo lograr, a través de una secuencia didáctica mediada por el software GeoGebra, la estimulación del pensamiento geométrico en los estudiantes del grado 9 en las instituciones educativas de carácter oficial?

El propósito de la investigación fue desarrollar una secuencia didáctica mediada por las TIC (a través del software GeoGebra) que estimule el pensamiento geométrico, en lo concerniente a las características y elementos de los sólidos geométricos, de los estudiantes de 9.º en las instituciones educativas; fundamentado referencialmente en trabajos de Torres & Racedo (2014), Vásquez (2013), Clemen (2001) y Pontes (2005), entre otros.

Metodológicamente, enfoque cuantitativo; el diseño de estudio fue cuasiexperimental, conformando dos grupos, uno llamado grupo de control y el otro grupo experimental, tomando una primera medición o pretest. La implementación del proyecto innovador se llevó a cabo con 80 estudiantes de 9.º A de la educación básica secundaria de la Institución Educativa Fernando Hoyos Ripoll de Sabanalarga y 9.º C de la Institución Educativa Politécnico de Soledad, los grupos son homogéneos. El grupo mixto 9.º 01 con 40 estudiantes de la Institución Educativa Villa Estadio; es el grupo control, donde se desarrollaron las guías de la unidad didáctica sin la utilización del software. En las tres instituciones, los estudiantes

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

son con características muy afines acorde a su edad cronológica; estos jóvenes oscilan en edades de 13 a 15 años.

Asimismo, el análisis de datos se realizó con la estadística descriptiva; los resultados cuantitativos mostraron que el grupo experimental que desarrolló la unidad didáctica mediado con GeoGebra presentó un aumento significativo en el porcentaje de estudiantes con respuestas correctas con respecto al grupo control, quienes desarrollaron la misma unidad didáctica, pero sin el uso del software GeoGebra como herramienta mediadora.

A manera de conclusión, los resultados obtenidos en este estudio permitieron demostrar que la enseñanza de la geometría y, en particular, los sólidos geométricos, a través del software GeoGebra, permite asegurar la importancia que tienen las TIC en el desarrollo de aprendizajes significativos en los estudiantes y, además, desarrollar la motivación debido al proceso interactivo que se genera entre los actores del proceso enseñanza-aprendizaje (docente, estudiante y software).

Por lo que la mencionada investigación aporta elementos valiosos a nuestro trabajo, entre ellos aspectos conceptuales y metodológicos para la elaboración del instrumento, así como referentes teóricos para la variable independiente uso del software GeoGebra, que lo convierten en un referente bibliográfico.

Finalmente, Hernández & Peñalver (2017) realizaron una tesis de maestría titulada: "Incidencia del software GeoGebra como herramienta didáctica en el desarrollo del pensamiento geométrico", por la Universidad de la Costa, Barranquilla, Colombia.

La problemática planteada por el autor, hace referencia de manera general a los bajos resultados obtenidos por Colombia en la última

década con respecto a otros países latinoamericanos en las pruebas PISA; y, de manera específica, los bajos resultados de las pruebas IC-FES o pruebas Saber de la institución educativa tomada para el estudio I.E.D. San José de Pueblo Viejo, Magdalena; señala con relación al ISCE (Índice Sintético de Calidad Educativa), que es una herramienta de medición del Ministerio de Educación Nacional, que mide en porcentajes los rendimientos obtenidos, unos resultados alcanzados en el área de matemáticas que no fueron alentadores, esto motivó al investigador- profesor de la misma institución, al planteamiento de la formulación, ¿Cuál es la incidencia del software GeoGebra como herramienta didáctica en el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de 9.º de educación básica secundaria?

El objetivo general de la investigación fue analizar la incidencia del software GeoGebra como herramienta didáctica en el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de 9.º de educación básica secundaria; para ello, se apoyó en los postulados teóricos de Alsina (2010), Fernández, Molina & Oliveras (2016), Ruiz (2012), Marín (2013), Golcalves & Silva (2013), Giraldo & Ruiz (2014), Bernate (2014), Torres & Racedo (2014), entre otros.

Metodológicamente, la investigación se estructura en un alcance explicativo enmarcado dentro del paradigma empírico-analítico con enfoque cuantitativo y diseño cuasiexperimental. Se define como población a los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Departamental San José de Pueblo Viejo, de los cuales se tomó una muestra de 33 estudiantes, dividida en dos grupos: uno de control con 16 estudiantes correspondiente al grado 9 A, y el otro experimental con 17 estudiantes que corresponde al 9 B jornada vespertina. La muestra se obtuvo a través de muestreo no probabilístico y al azar.

Además, el instrumento de medición se elaboró basado en documentos ministeriales y un rastreo de pruebas liberadas por el ICFES en los últimos 5 años; el proceso de validación se hizo por validez de contenido; la confiabilidad del instrumento se hizo por pilotaje (pretest y postest) con similitud de condiciones y sometido a la prueba de correlación de Pearson, con puntaje superior a 0.9, que es una correlación muy fuerte, y una correlación muy fuerte es suficiente para determinar que el instrumento aplicado y evaluado en la investigación es confiable.

Concluyéndose, que los resultados obtenidos evidencian que las tres competencias que se desarrollan en el pensamiento geométrico, como lo son comunicación, razonamiento y resolución de problemas, su evaluación arrojó que el promedio de los estudiantes que aprenden con este tipo de estrategia aplicada es mayor cuando se compara con el promedio de los estudiantes que aprenden con compás, lápiz y papel.

Por lo tanto, cabe destacar que el mencionado trabajo se considera de gran aporte, ya que con respecto a la metodología brinda aspectos para la elaboración de instrumentos, así como elementos necesarios en el tratamiento y análisis de datos, como también detalla aportes de varios autores sobre la variable, objeto de la investigación.

Bases teóricas

La base teórica ofrece una plataforma de conceptos, definiciones y enfoques de autores que de alguna manera se relacionan con la investigación planteada. Con respecto a esto, Cerda (2014) plantea que el diseño de la base teórica “debe partir necesariamente de una revisión bibliográfica sobre el tema, con el propósito de situar el problema dentro de un sistema de conocimientos existentes, de

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

esta manera formularlo teóricamente” (p. 171). Es decir, no es solamente el escenario conceptual científico, sino donde el investigador puede contrastar teorías y postulados de otros estudiosos para generar sus propias categorías que fortalezcan la temática de investigación.

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Teniendo en cuenta que la variable, objeto de estudio, es extensa y compleja, y no existe en la literatura alguna definición de ella, se procederá a descomponerla en los términos que la definen, como es: Efectividad, Software GeoGebra, Aprendizaje y Circunferencia como lugar geométrico para así facilitar su concepto en la investigación.

Efectividad

Al respecto, la Real Academia Española (2010) expresa que el término efectividad significa la capacidad o facultad para lograr un objetivo o fin deseado, que se ha definido previamente, y para el cual se han desplegado acciones estratégicas para llegar a él, teniendo en cuenta acciones trazadas para alcanzar un fin deseado y poder mostrar que se logró dicho fin de manera satisfactoria.

Según Covey (2011), expresa que la palabra efectividad adquiere su origen del verbo latino “*efficere*”, que quiere decir ejecutar, llevar a cabo u obtener un resultado, es decir, cuando se habla de efectividad, se está haciendo referencia a la capacidad o habilidad que puede demostrar una persona, un animal, una máquina, un dispositivo o cualquier elemento para obtener determinado resultado a partir de una acción.

En el mismo sentido, Moliner (2013) dice que efectividad: se emplea a los objetos o personas que logran provocar el efecto de facilitar el

servicio a que están predestinados.

Por su parte, Drucker (2015) establece que la efectividad es hacer bien las cosas correctas, es decir, hacer las cosas eficientes y eficaces. La efectividad tiene que ver con “qué” cosas se hacen y con “cómo” se hacen esas cosas. La búsqueda de la efectividad impide que un exceso de foco en eficiencia haga que no se llegue a alcanzar el resultado deseado o que no se alcance a tiempo.

Al inferir sobre las anteriores definiciones, se observan sutiles diferencias y muchas similitudes. Mientras que, Drucker (2015) señala la efectividad de una forma general como el de hacer bien las cosas, asociando la eficacia con la eficiencia, la definición de la RAE (2010) y los planteamientos de los autores citados, Covey (2011) y Moliner (2013), lo enfocan de manera similar, asociándolo con la medición del grado de cumplimiento de obtener un resultado deseado, de acuerdo con objetivos planteados, con el despliegue de acciones trazadas para lograrlos, es decir, como una capacidad o habilidad de lograr el grado de éxito de los resultados alcanzados, de un efecto deseado a partir de una acción. En este sentido, la efectividad adquiere una connotación práctica donde se compara lo planificado con lo alcanzado.

En relación con lo expuesto anteriormente, el investigador fija postura con la RAE (2010), quien señala, que la efectividad se refiere a la capacidad de lograr un objetivo deseado, planificando acciones estratégicamente para alcanzar dicho fin y poder mostrar su logro de manera satisfactoria.

El investigador del presente estudio estima sobre la base de las ideas expuestas por los autores referenciados que la definición de efectividad es aquella que está asociada con la capacidad para lograr

objetivos planificados, los cuales en el campo educativo están enfocados en el aprendizaje de los estudiantes de nuevas competencias y conocimiento, a través de acciones trazadas y evaluadas con un grado de éxito en un proceso determinado.

Software GeoGebra

Siguiendo con la conceptualización de la variable de estudio, el GeoGebra corresponde a un software matemático libre o programa gratuito de matemáticas dinámicas que puede ser empleado en todos los niveles educativos, que asocia la geometría, álgebra, cálculo y estadística. Es una herramienta tecnológica completa y de fácil uso; lo interesante del software es que puede conectar la geometría y el álgebra por medio de la hoja de cálculo de manera dinámica. El programa fue diseñado por Markus Hohenwater en el marco de su trabajo de tesis de maestría en el año 2001, como herramienta para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, presentada en la Universidad de Salzburgo, Austria.

Al respecto, Hohenwater (2009, citado por Lugo, 2017, p.15) sostiene que “este software es básicamente un procesador geométrico algebraico, es decir, un compendio de matemáticas con software interactivo que tiene geometría, álgebra y cálculo, que puede ser usado también en Física, proyecciones comerciales, estimaciones de decisiones estratégicas y otras disciplinas”. Es decir, este software permite abordar temáticas a través de la experimentación y la manipulación.

Mientras que para Sierra (2010, citado por Díaz, 2016) señala que el GeoGebra es un sistema de geometría dinámica focalizado en el tratamiento dinámico de los objetos geométricos, a la vez que reúne aritmética, álgebra y cálculo. Este software es útil para todos

los niveles educativos, ya que los objetos pueden ser representados desde diversas perspectivas, como son la algebraica, la vista gráfica o las hojas de cálculo con vinculación dinámica. Con GeoGebra se puede insertar ecuaciones o coordenadas y también manejar variables relacionadas con números, puntos y vectores.

Cabe agregar que Barrazueta (2014, citado por Calderón, 2017, p. 36), expone que “este software nos permite realizar construcciones a través de la aplicación de puntos, segmentos de recta, rectas, vectores, entre otros; todo esto a través del uso de los iconos de las distintas herramientas y recursos que se presentan de forma explícita y dinámica o sino con el uso o manejo de comandos”. Es decir, esa es una de las ventajas del programa: su uso es muy fácil y amigable tanto para docentes como para estudiantes; la visualización dinámica e interactiva lo hace lúdico e innovador.

Por su parte, Saldaña (2017) agrega que el empleo de este programa en la enseñanza de las matemáticas sirve de apoyo, pues es posible resolver problemas complejos mediante la asociación de los objetos geométricos y algebraicos, como también sirve de motivación a los estudiantes, puesto que es posible llegar a la solución de diversos problemas matemáticos de forma creativa y original.

Afrontando los planteamientos de los autores previamente citados, se pudo entender que, a criterio de Hohenwater (2009, citado por Lugo, 2017, p. 15), sostiene que este software es básicamente un procesador matemático interactivo que tiene geometría, álgebra y cálculo; Sierra (2010, citado por Díaz, 2016) señala que el GeoGebra es un sistema de geometría dinámica focalizado en el tratamiento dinámico de los objetos geométricos, a la vez que reúne aritmética, álgebra y cálculo. En tanto que Barrazueta (2014, citado por Calderón, 2017, p.36), que es un software que nos permite realizar cons-

trucciones a través de la aplicación de puntos, segmentos de recta, rectas, vectores, entre otros; y, por su parte, Saldaña (2017) agrega que el empleo de este programa en la enseñanza de las matemáticas sirve de apoyo.

Para efecto de esta investigación, el investigador decide tomar las teorías expuestas por Hohenwater (2009, citado por Lugo, 2017, p.15), ya que considera el investigador, por ser el autor del software, cuenta con el sustento teórico más acorde para el desarrollo de este proyecto, donde hace énfasis en que el GeoGebra es un software interactivo matemático que se encarga de estudiar o desarrollar la aritmética, geometría, álgebra o cálculo.

Después de las consideraciones anteriores, y teniendo en cuenta los planteamientos abordados, se puede decir que GeoGebra es considerado un programa matemático libre, interactivo, amigable, sencillo para todos los niveles educativos, que sirve de herramienta al docente para facilitar el aprendizaje en los estudiantes por la manipulación dinámica para el reconocimiento, análisis, clasificación, deducción y rigor de razonamiento de los objetos matemáticos de la geometría, el álgebra o el cálculo.

Aprendizaje

Según Pumacallahui (2010, citado por Escobar, 2019, p.17), define el aprendizaje “como un proceso de construcción de conocimientos y habilidades. Estos son elaborados por los propios educandos, en interacción con la realidad social y natural, en ocupaciones con ayuda de materiales técnicos, haciendo uso de sus experiencias y conocimientos previos”. En tal sentido, el aprendizaje es el camino en la construcción y adquisición del conocimiento del individuo que constituye la base para su desarrollo como persona y como ser social; no solo favorece la

construcción del conocimiento, sino que también hace posible el desarrollo de las actitudes estratégicas e intelectuales.

En el mismo sentido, De León (2018, p. 10) dice que se denomina aprendizaje “al proceso de adquisición de habilidades, valores y actitudes, posibilitado mediante el estudio, la enseñanza o la experiencia. Dicho proceso puede ser entendido a partir de diversas posturas, lo que implica que existen diferentes teorías vinculadas al hecho de aprender”. En efecto, las teorías del aprendizaje tratan de explicar los procesos internos cuando aprendemos, por ejemplo, la adquisición de habilidades intelectuales, la adquisición de información o conceptos, las estrategias cognoscitivas, destrezas motoras o actitudes.

Por su parte, Negrete (2010, citado por Callupe, 2019, p.22) señala que “el aprendizaje es un proceso mediante el cual los seres humanos se apropian de la realidad, la integran al acervo personal y desarrollan la capacidad de elaborar una explicación del mundo en torno a ellos”. En tal sentido, el hombre en su desarrollo histórico ha tenido la necesidad de aprender para adaptarse a todos sus escenarios de vida, es decir, su necesidad de aprender está ligada a su realidad.

Afrontando los planteamientos de los autores previamente citados, se entiende que el aprendizaje, a criterio de Pumacallhui (2010, citado por Escobar, 2019, p.17) es un proceso de construcción de conocimientos y habilidades; De León (2018, p.10) es proceso de adquisición de habilidades, valores y actitudes, posibilitado mediante el estudio, la enseñanza o la experiencia; en tanto que Negrete (2010, citado por Callupe, 2019, p.22) es un proceso mediante el cual los seres humanos se apropian de la realidad, la integran al acervo personal y desarrollan la capacidad de elaborar una explicación del mundo en torno a ello.

Para efecto de esta investigación el investigador decide tomar las teorías expuestas por De León (2018, p.10), ya que considera que el autor cuenta con el sustento teórico más acorde para el desarrollo de este proyecto, donde hace énfasis en que el aprendizaje es el proceso de adquisición de habilidades, valores y actitudes, posibilitado mediante el estudio, la enseñanza o la experiencia

A juicio propio del investigador se considera el “aprendizaje” como un proceso de construcción del conocimiento del individuo producto del estudio, la enseñanza y la experiencia que le permite la adquisición de habilidades, valores y actitudes para enfrentar y adaptarse a cualquier escenario de vida.

En otra perspectiva, Van Hiele (1986), propone cinco niveles de desarrollo del pensamiento geométrico que muestran un modo de estructurar el aprendizaje de la geometría, nombrados del 0 al 4 y denominados: Nivel 0, Visualización o reconocimiento; Nivel 1, Análisis; Nivel 2, Ordenación; Nivel 3, Deducción formal y Nivel 4, Rigor. A continuación, se describe de manera resumida cada uno de los niveles:

- Nivel 0. Reconocimiento o visualización: los objetos de pensamiento en este nivel son formas y se conciben según su apariencia. Los alumnos reconocen las figuras basándose en sus aspectos visuales globales. Los productos de pensamiento del nivel 0 son clases o agrupaciones de formas que parecen ser similares.
- Nivel 1. Análisis: los objetos de pensamiento en este nivel son clases de formas, en lugar de formas individuales. El estudiante reconoce las formas, y algunos de los elementos y propiedades básicas de las figuras geométricas. Los productos de pensamiento del nivel 1 son las propiedades de las formas.
- Nivel 2. Deducción informal o clasificación: los objetos de

pensamientos de este nivel son las propiedades de las formas. El individuo determina las figuras por las relaciones de sus propiedades, pero todavía su razonamiento es pobre. Los productos de pensamiento del nivel 2 son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos.

- Nivel 3. Deducción: los objetos del pensamiento en este nivel son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos. El estudiante ejecuta argumentación, pero, sin demostración deductiva. Los productos del pensamiento nivel 3 son el uso de sistemas axiomáticos deductivos para la geometría.
- Nivel 4. Rigor: Los objetos del pensamiento de este nivel son sistemas axiomáticos para la geometría. Es el máximo nivel de pensamiento geométrico propuesto por Van Hiele. Los productos del pensamiento del nivel 4 son comparaciones y contrastes entre diferentes sistemas axiomáticos.

En el mismo sentido, con respecto a los niveles de aprendizaje de la geometría escolar, el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998) a través de la serie de Lineamientos Curriculares de Matemáticas, para el estudio del pensamiento espacial y los sistemas geométricos en la educación básica y media sustenta su propuesta curricular en el uso del modelo didáctico de Van Hiele, que resume:

- Nivel 1. Es el nivel de visualización, llamado también de familiarización, en el que el alumno percibe las figuras como un todo global, sin detectar relaciones entre ellas o entre sus partes. Aquí los estudiantes razonan con clases de figuras reconocidas visualmente como de “la misma forma”.
- Nivel 2. Es un nivel de análisis, de conocimiento de los componentes de las figuras, de sus propiedades básicas. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de obser-

vaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, etc. Aquí los objetos sobre los cuales los estudiantes razonan son las clases de figuras, piensan en términos de conjunto de propiedades que asocian con esas figuras.

- Nivel 3. Llamado de ordenamiento o clasificación. Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero solo con ayuda y guía. Ellos pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones. Aquí los objetos sobre los cuales razonan los estudiantes son las propiedades de clases de figuras.
- Nivel 4. Es ya de razonamiento deductivo, en él se entiende el sentido de los axiomas, las definiciones, los teoremas, pero aún no se hacen razonamientos abstractos, ni se entiende suficientemente el significado del rigor demostrativo.
- Nivel 5. Es el de rigor, es cuando el razonamiento se hace rigurosamente deductivo. Los estudiantes razonan formalmente sobre sistemas matemáticos, pueden estudiar geometría sin modelos de referencia y razonar formalmente manipulando enunciados geométricos tales como axiomas, definiciones y teoremas.

Por su parte, Hoffer (1990) también, señala en el estudio de la geometría habilidades asociadas a su aprendizaje, planteando cinco fases de aprendizajes, caracterizadas por las destrezas asociadas con la comprensión y el manejo de sistemas geométricos, creciendo en su complejidad en la medida que se crece en las fases, hasta adquirir un entendimiento claro sobre la resolución de problemas contextuales usando los conceptos geométricos adquiridos. Sus niveles de aprendizaje inician con la visualización o representación mental

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

de objetos geométricos, construcción, la interpretación y las habilidades asociadas a un nivel de orden superior en conocimiento o de razonamiento.

La mayoría de los autores que han usado este modelo consideran 5 niveles de razonamiento matemático, numerándolos desde 1 hasta 5. Sin embargo, el mismo Van Hiele (2008) menciona que el nivel 5° se piensa que es inalcanzable para los estudiantes y muchas veces se prescinde de él, además, trabajos realizados señalan que los estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles.

Con base en los planteamientos anteriores y con el propósito de determinar la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico, se adopta en la presente investigación la taxonomía de los niveles de aprendizajes para desarrollo del pensamiento geométrico propuestos por Van Hiele, pero considerando el tener en cuenta que solamente los primeros cuatro niveles de la propuesta son alcanzables para la educación media y la población objeto de estudio.

La circunferencia como lugar geométrico

Según Giraldo (2017, p.14), un lugar geométrico es un conjunto de puntos del plano cartesiano, que cumple con una característica geométrica común. En relación con la característica común de los puntos que pertenecen al lugar geométrico del plano es posible su representación analítica por medio de una ecuación, la cual, se denomina ecuación de un lugar geométrico. Es posible realizar la representación geométrica por medio de una gráfica en el plano cartesiano.

También señala, que, para determinar la ecuación de un lugar geométrico, se expresan algebraicamente las propiedades de los

puntos $P(x, y)$ de ese lugar, mediante igualdades que relacionan las variables x y y . Otro enfoque, permite tratar a las cónicas como lugares geométricos, es decir, como conjunto de puntos que cumplen una propiedad determinada, por ejemplo, la circunferencia: es el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a un punto fijo, llamado centro, es constante.

Precisando de una vez, bajo el enfoque de la Geometría Analítica, Carmona (2011, p.26), señala que la circunferencia es el conjunto de puntos (o lugar geométrico de los puntos) del plano que equidistan de un punto fijo en el mismo plano, al punto fijo se le llama el centro de la circunferencia y a la distancia de cada punto al centro se le llama radio de la circunferencia. Notación: la circunferencia en el plano π y de centro $O \in \pi$ y radio r , se denota por $C(O, r)$, en la notación de conjuntos $C(O, r) = \{X \in \pi / OX = r, O, X \in \pi\}$

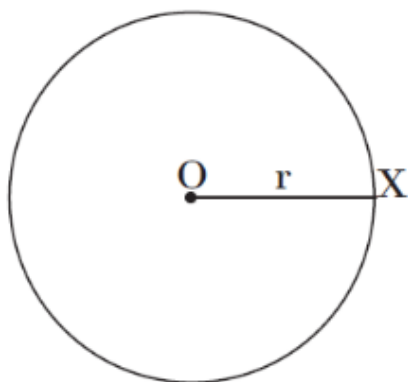


Figura 1 (Imagen extraída de Carmona, 2011, p.26)

En la misma línea, De León (2018, p.33), señala que la ecuación analítica de la circunferencia, si hacemos coincidir el centro con el origen de coordenadas, las coordenadas de cualquier punto de la

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

circunferencia (x, y) determina un triángulo rectángulo, y por supuesto que responde al teorema de Pitágoras: $r^2 = x^2 + y^2$.

Puesto que la distancia entre el centro (a, b) y uno cualquiera de los puntos (x, y) de la circunferencia es constante e igual al radio r tendremos que: $r^2 = (x - a)^2 + (y - b)^2$, llamada canónica podemos desarrollarla resolviendo los cuadrados (binomios perfectos) y obtenemos:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by - r^2 = 0$$

Si reemplazamos $-2ab = D$; $-2b = E$ y $F = a^2 + b^2 - r^2$,

Tendremos que:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

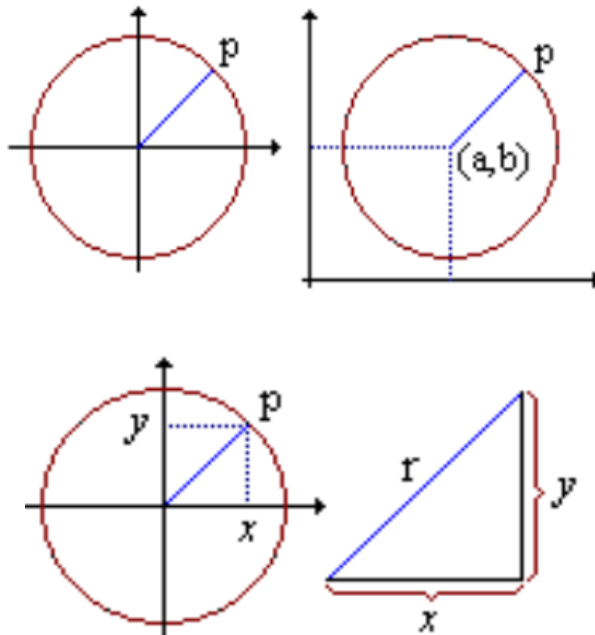


Figura 2 (Imagen tomada De León, 2018, p.33)

Después de las consideraciones anteriores, y en concordancia con los planteamientos conceptuales de los autores, se puede decir que una circunferencia, analíticamente está asociada a una ecuación de segundo grado en dos variables. Por lo que una circunferencia queda determinada si se conoce su centro y su radio (Valenzuela, 2021, p.13), y que para el propósito de aprendizaje en esta investigación se establece, con el reconocimiento o identificación de sus elementos principales, su análisis mediante el procesamiento algebraico para obtener sus ecuaciones y ser capaz de resolver problemas asociados.

Sistematización de las variables

Definición normal

Efectividad del Software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico.

Definición conceptual

La efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico, se refiere a la capacidad del individuo para lograr nuevas competencias y conocimientos, a través de acciones trazadas y planificadas, que son mediadas por un programa matemático libre interactivo, amigable, sencillo, que sirve de herramienta en el campo educativo para facilitar el aprendizaje por la manipulación dinámica de objetos matemáticos como lo es la circunferencia como lugar geométrico, logrando su reconocimiento, análisis, clasificación y razonamiento deductivo; habilidades, valores y actitudes que sirven para adaptarse a cualquier escenario de vida. (Gutiérrez, 2021).

Definición operacional

Operacionalmente, la variable definida será estudiada a través de la dimensión: nivel de aprendizaje para el desarrollo del pensamiento geométrico y sus respectivos indicadores definidos para la educación media: Visualización o reconocimiento, análisis, ordenación o clasificación y razonamiento deductivo; tal como aparecen el cuadro de operacionalización de la variable. (Ver Tabla 1), lo cual se logrará tanto documentalmente como medido por medio de un instrumento tipo prueba de conocimiento, estructurado en el modelo de Van Hiele diseñado por el investigador para tal efecto.

Sistema de hipótesis

H0: El uso del software GeoGebra no es efectivo en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de la I.E.E.C

H1: El uso del software GeoGebra es efectivo en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de la I.E.E.C

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Objetivos específicos	Variable	Dimen- siones	Indicadores	Autores
Objetivo General: Analizar la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga, Magdalena.				
Diagnosticar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.	Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico	Niveles de Aprendizaje	Nivel 1: Visualización o reconocimiento Nivel 2: Análisis Nivel 3: Ordenación o clasificación Nivel 4: Razonamiento deductivo	Van Hiele (2008) Serie de Lineamientos Curriculares de Matemática MEN (1998)
Aplicar las herramientas del software GeoGebra para el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena	Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico		No se operacionaliza.	
Identificar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena	Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico	Niveles de aprendizaje	Nivel 1: Visualización o reconocimiento Nivel 2: Análisis Nivel 3: Ordenación o clasificación Nivel 4: Razonamiento deductivo	Van Hiele (1986) Serie de Lineamientos Curriculares de Matemática MEN (1998)

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Objetivos específicos	Variable	Dimen- siones	Indicadores	Autores
<p>Comparar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional y de los que recibieron clases con el software GeoGebra de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.</p>	<p>Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico</p>		<p>Normalidad con Shapiro-Wilk La comparación se logrará a través del estadístico Wilcoxon</p>	
<p>Formular lineamientos teóricos-prácticos para el uso del Software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.</p>	<p>Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico</p>		<p>Se alcanzará con los resultados de los objetivos de la investigación</p>	

Tabla 1. Operacionalización de la variable

Capítulo III

Marco metodológico

En la realización de una investigación, es requisito indispensable la elaboración de una metodología, la cual garantiza de forma lógica, sistemática, coherente y el óptimo desarrollo del estudio. Al respecto, el presente capítulo está conformado por el paradigma, el tipo de investigación, el diseño de investigación; la población y muestra; las técnicas e instrumentos de recolección de datos; validez y confiabilidad del instrumento; análisis estadístico de los datos y finalmente el procedimiento empleado para desarrollar la investigación.

Al respecto, para Méndez (2009), el marco metodológico, su finalidad es situar en el lenguaje de investigación, los métodos e instrumentos que se emplearán; su universo o población, técnicas de recolección de datos, medición, hasta la codificación y presentación de los datos, se busca entonces, de una manera coherente los factores involucrados, enfocados de manera rigurosa. Se trata de un procedimiento sincronizado el cual se sigue para establecer la validez de la investigación. Es por esas razones, que en el presente capítulo se disertará sobre la metodología utilizada en la ejecución de la investigación.

Paradigma

Según Palella & Martins (2012), señalan que un paradigma, “es una manera de representar objetivamente el conocimiento, un modelo al cual se llega para convalidar una manera de percibir la realidad, utilizando un lenguaje y una forma particular de ver las cosas”. Así mismo, los autores expresan, que entre las concepciones paradigmáticas que afloran en las investigaciones, se distinguen el paradigma con enfoque cuantitativo y el paradigma con enfoque cualitativo; donde el primero se fundamenta en el positivismo aplicando la concepción hipotética-deductiva; mientras que, el segundo está marcado por un pensamiento intuitivo centrando su atención en las relaciones y roles que desempeñan las personas en su contexto vital, con una orientación vivencial hacia hechos y un lenguaje verbal.

Partiendo de estas premisas, en la presente investigación de acuerdo al tipo, diseño y objetivos del estudio es Positivista; el cual según criterio de Arias (2012, p.33), señala que el paradigma positivista: “presenta ciertas características que es necesario precisar: su interés es explicar, controlar y predecir; la naturaleza de la realidad la describe como dada, singular, tangible, fragmentable y convergente; la relación sujeto-objeto la manifiesta como independiente, neutral y libre de valores; su objeto fundamental es la generalización mediante metodologías deductivas, cuantitativas, centradas sobre semejanzas”. Es decir, el presente estudio encaja en la lógica de la investigación cuantitativa, por cuanto se plantea el problema en torno a las variables objeto de estudio, partiendo de la observación, la medición y el tratamiento estadístico de los datos, procurando desde los datos obtenidos llegar hasta la generalización sobre la base de un modelo de investigación científica.

Tipo de investigación

La presente investigación se enmarca bajo el enfoque cuantitativo. Sobre el particular, Hernández et al (2014), señala que “el enfoque cuantitativo se representa, como un conjunto de procesos, que es secuencial y probatorio. Cada etapa precede a la siguiente y no podemos brincar o eludir pasos. El orden es riguroso, aunque desde luego, podemos redefinir alguna fase. Parte de una idea que va acotándose y, una vez delimitada, se derivan objetivos y preguntas de investigación, se revisa la literatura y se construye un marco o una perspectiva teórica. De las preguntas se establecen hipótesis y determinan variables; se traza un plan para probarlas (Diseño); se miden las variables en un determinado contexto; se analizan las mediciones obtenidas utilizando métodos estadísticos, y se extrae una serie de conclusiones”.

En concordancia con los autores, se infiere que en la investigación con enfoque cuantitativo, el investigador recogerá datos, confiará en su medición numérica; a través del conteo y el tratamiento estadístico le permitirá la confiabilidad en establecer con exactitud la generalización de patrones de comportamiento de una población en estudio para la creación de nuevos conocimientos.

Así mismo, de acuerdo al problema planteado y los objetivos trazados el estudio es descriptivo, aplicativo y comparativo. Se ubica en la parte descriptiva, en atención a lo que expresa Arias (2012, p. 24), quien manifiesta que la investigación descriptiva “caracteriza un hecho, fenómeno, individuo o grupo con el fin de establecer su estructura o comportamiento”. De forma complementaria, Méndez (2009) expresa que: “Los estudios descriptivos tienen como objetivo fundamental identificar el comportamiento de las personas que se encuentran en el universo de la investigación, establecer comportamiento concreto, desarrollar y comprobar las posibilidades de asociación de las variables de investi-

gación". Este tipo de investigación se asocia al diagnóstico, y se expone el evento estudiado, haciendo una enumeración detallada de sus características, de modo tal, que en los resultados se pueden obtener dos niveles, dependiendo del fenómeno y del propósito del investigado.

Según el propósito de la investigación, es aplicada, ya que se trata de modificar la conducta de los estudiantes y comprobar el efecto de la variable en estudio, para solucionarse el problema planteado en corto tiempo a través de la formulación lineamientos teóricos-prácticos para el uso del Software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa "EL CARMEN" del municipio de Ciénaga Magdalena, que permitan optimizar el procesos de enseñanza en la Educación Media. Así como lo refiere, Chávez (2007, p.133), quien expresa que "las investigaciones de tipo aplicada tienen como fin principal resolver un problema en un periodo de tiempo corto"

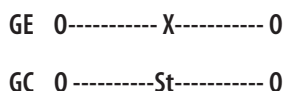
Por otro lado, en cuanto a su naturaleza esta investigación es comparativa, que según Hernández, Fernández y Baptista (2010, p.20), en lo que se refiere a este estudio, "se busca como objetivo lograr la identificación de diferencias o semejanzas con respecto a la aparición de un evento en dos o más contextos". Asimismo, Hurtado (2012), opina que un estudio comparativo es aquel que "se realiza con dos o más grupos y su objetivo es comparar el comportamiento de uno o más eventos en los grupos observados". Se infiere que se permite comparar uno que tiene el problema con otro que no lo tiene, con el fin de determinar las causas o aspectos que contribuyeron al problema.

Diseño de la investigación

El diseño de investigación es el esquema que estructura una investigación científica, su horizonte para abordar la posible solución del

problema, a los interrogantes planteados de la sistematización y dar respuestas a los objetivos trazados. Para efecto, Hernández et al (2014, p.151), se refieren a que “en los diseños cuasi-experimentales, los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están conformados antes del experimento: son grupos intactos”. En este tipo de estudio los sujetos no se asignan aleatoriamente ni al azar porque no es posible y se aplican una combinación de variables para tener la relación causa-efecto.

Después de lo anteriormente expuesto, la presente investigación se enmarca, dentro del diseño experimental de tipo cuasi-experimental con dos grupos intactos: un grupo experimental y un grupo control, ambos grupos pertenecientes a la población de estudiantes del año lectivo 2021 de la Institución Educativa “EL CARMEN”. Los participantes de los grupos no se escogieron de manera aleatoria, los grupos ya estaban establecidos, no se hizo un proceso de selección para probar la variable. Gráficamente, este diseño puede representarse de la siguiente manera:



Donde:

GE: Grupo experimental

GC: Grupo control

X: Tratamiento experimental (Aplicación del Software GeoGebra)

St: Sistema tradicional

O: Observación

Población y muestra

A este respecto, según Hernández y col (2010), en lo referido a la población expresan que: “Es el conjunto de todos los casos que concuerdan con determinadas especificaciones”. Así mismo, la población es el universo de estudio de la cual se pueden generalizar los resultados, como lo define Méndez (2009), la población, representa el universo de estudio, el cual está conformado por todos los elementos, seres u objetos que presentan las características, mediciones u observaciones requeridas en una investigación determinada.

En este propósito, para Arias (2012, p.81), el concepto de población o en términos más precisos población objetivo, es un conjunto finito o infinito de elementos con características comunes para los cuales serán extensivas las conclusiones de la investigación, por lo tanto la población con la cual se trabajó es finita y accesible, ya que está conformada por un número limitado de sujetos. En ese sentido, la población que fue objeto de estudio se tomó como censo poblacional. Al respecto, Méndez (2009), señala que el censo poblacional consiste en estudiar todos y cada uno de los elementos de la población.

Cabe agregar, que cuando se está en presencia de una población con estas características, el número de sujetos que la integran puede ser abordado en su totalidad, Arias (2012), manifiesta que no es necesario hacer el procedimiento de muestreo, ya que se puede investigar y obtener información de toda la población objetivo. De esta manera, se asume que para esta investigación en particular, la población es igual a la muestra.

En consecuencia, la población objeto de estudio para analizar la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico estará conformada por los 60 estudiantes

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

que integran el grado Décimo de la Institución educativa “EL CARMEN”, del municipio de Ciénaga, Magdalena; que se consideró una población finita, pequeña y accesible, donde la muestra está constituida por toda la población, es decir, por todos los estudiantes de grado décimo; con un grupo experimental (Grupo 10° A) y otro grupo de control (grupo 10° B) como patrón de comparación, según se señala en la Tabla 2.

Grado	Varones	Hembras	Grupo de estudio	Total
10°A	12	18	Experimental (GE)	30
10°B	16	14	Control (GC)	30
Total				60

Tabla 2: Distribución y descripción de la población. Fuente: Secretaría general de la I. E. EL CARMEN (2021)

De acuerdo con la Tabla 2, la población es considerada finita y accesible, por lo cual se realizó un censo poblacional, se tomó dos grupos intacto, uno como el GE y el otro como el GC; uno experimental (10°A) y el otro grupo de control (10°B) como patrón de comparación, respectivamente. En este escenario, se programó (4) sesiones durante 4 semanas. El grupo experimental GE recibió el tratamiento durante las sesiones con la aplicación del software GeoGebra para mirar su impacto en el logro del aprendizaje; mientras que, el grupo control recibió las clases de forma tradicional, sin el uso de la herramienta tecnológica.

Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Considerando el propósito que se persigue en la investigación y la naturaleza de la misma, el contacto del investigador con los estudiantes se realizó mediante la observación directa como técnica y la encuesta materializada en un cuestionario, en una prueba

de evaluación como instrumento de recolección de datos. Según Arias (2012), señala que: “las técnicas de recolección de datos son el procedimiento o forma particular de obtener datos e información, mientras que el instrumento es cualquier recurso, dispositivo o formato que se utiliza para obtener, registrar o almacenar información”. El mismo autor, “indica que un instrumento de recolección de datos representa cualquier recurso, dispositivo o formato (en papel o digital), que se utiliza para obtener, registrar o almacenar información”. Es decir, la forma de materializar la técnica de observación es a través de los instrumentos de recolección de datos.

Por su parte Pallela & Martins (2012, citado por Bohorquez, 2016), se refieren a: “las técnicas de recolección de datos como las distintas formas de obtener la información, entre las cuales se encuentran la observación, la encuesta y las pruebas de evaluación, entre otras. Las pruebas de evaluación consisten en realizar una tarea definida en un tiempo establecido con la finalidad de valorar el resultado de un aprendizaje o procedimiento didáctico”. De igual forma, Peñalosa (2005, citado por Carbajal, 2017), expresa que “la forma escrita de la encuesta se materializa a través de cuestionarios, pruebas, test y escalas”. En otras palabras, los instrumentos permiten la obtención de datos suministrados por un grupo de personas, sobre sí mismo o con relación a un tema evaluado; reporta el nivel de aprendizaje alcanzado por un sujeto en algún contexto educativo que interesa a la investigación planteada.

En concordancia con esto, y haciendo referencia al instrumento diseñado para recolectar los datos necesarios en la presente investigación, se utiliza como técnica la observación y como instrumento de medición una prueba de conocimiento en forma de cuestionario que consta de 20 preguntas cerradas de opción múltiple y única

respuesta, dirigida a estudiantes de grado Décimo para diagnosticar su nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico. La prueba de evaluación Pre test y Post test es una prueba escrita y diseñada basada en el Modelo de Van Hiele, basada a los niveles 0, 1 y 2 que según Fouz (2006) son los niveles alcanzables en la educación básica; sin embargo, para esta investigación enmarcada en la educación media se ha ampliado el análisis hasta el nivel 4 de aprendizaje.

El instrumento utilizado es una prueba evaluativa que consiste en un test de conocimiento referente al tema de circunferencia como lugar geométrico con veinte preguntas de selección múltiple única respuesta, estructuradas de cinco preguntas para cada nivel considerado en la investigación. Al respecto, el formato tiene 4 bloques de (5) preguntas; el primer bloque de las cinco primeras preguntas se relaciona con el nivel 1 de aprendizaje, el segundo bloque se relaciona con el nivel 2 de aprendizaje, el bloque 3 se relaciona con el nivel 3 de aprendizaje y el bloque 4 se relaciona con el nivel 4 de aprendizaje correspondientes a desarrollar el pensamiento geométrico, basado a la Serie de Lineamientos Curriculares de Matemática (MEN, 1998) y al modelo revisado de Van Hiele (2008). Se estableció la asignación de un punto por cada respuesta correcta y de cero para las incorrectas; donde al aplicar la prueba individualmente, la mínima calificación obtenida es de cero (0) puntos y la máxima de 20 puntos.

Validez y confiabilidad

Validez del instrumento

En el caso particular, la validez del instrumento de recolección de datos, es inicialmente, producto del proceso de operacionalización.

De forma que, al instrumento se le determinará la validez, la cual es asumida por Chávez (2007), como la correspondencia del instrumento con su contexto teórico basada en el discernimiento y el juicio de expertos. Así mismo, Hernández et al (2014, p. 234), señalan que “es el grado de correspondencia o congruencia que existe ente los resultados de una prueba y los conceptos teóricos en los que se basan los temas que se pretenden medir”. Es decir, consiste en medir el concepto o la variable de manera que exista una correspondencia del instrumento con su contexto teórico.

Para determinar la validez del instrumento se aplicará la técnica de validez de contenido, sometido al discernimiento independiente de expertos, todos ellos profesionales con títulos de doctorado y maestría, experto en las variables de estudio y con experiencia en investigación para analizar la correspondencia entre el instrumento y el marco teórico a objeto de garantizar la medición de los indicadores, dimensiones y variables del estudio. La validación del instrumento realizada por el panel de expertos, garantizaría que:

- El cuestionario responde a los objetivos del estudio.
- Las preguntas están redactadas de forma clara y precisa.
- No existe ambigüedad en la redacción de reactivos, y en los casos existentes se corrigieron.
- La secuencia de las preguntas son correctas.

Para este fin, se seleccionaron cinco (5) jueces expertos (Ver Tabla 3) a quienes se les suministrarán una guía o instrumento de validación de la variable, con información suficiente sobre la investigación planteada, título, objetivos, operacionalización de variable, tipo de investigación, diseño de la investigación, población y muestra.

Experto	Títulos de pregrado Universidad	Títulos de postgrado Universidad
Mg. Orlando Ramírez R.	Licenciado en Educación con Énfasis en Matemáticas, IES-INFOTEP, "HVG"	Magister en Matemáticas mención: Docencia/ Universidad del Zulia, Maracaibo-Venezuela. Esp. En Didáctica de las Matemáticas/ Universidad del Atlántico, Colombia
Mg. Rodin Rafael Marín Calderón	Licenciado en Matemáticas y Física/ Universidad del Magdalena	Magíster en Docencia de la Matemática/ Universidad del Zulia, Maracaibo-Venezuela
Mg. Antonio Jose Charris Bacca	Contador Público, Universidad de Cartagena	Magister Investigativo en Educación con Énfasis en Matemáticas/ Universidad del Zulia, Maracaibo-Venezuela
Mg. Alain F. Rada Martínez	Economista Agrícola, Universidad del Magdalena	Magister en Educación y Cognición, Universidad del Norte, Colombia.
Dr. José Gregorio Sierra Llorente	Ingeniero Industrial, Universidad de la Guajira	Doctor en Ciencias Mención: Gerencia, Universidad Privada Rafael Beloso Chacín (URBE), Maracaibo-Venezuela

Tabla 3: Validadores y/o expertos.

Confiabilidad del instrumento

En este escenario, Hernández et al (2014, p. 200), señalan que la “confiabilidad en un instrumento de medición se relaciona con el grado de aplicación repetida al mismo individuo u objeto, lo que produce resultados iguales”. Es decir, la confiabilidad puede ser definida como el grado de precisión de un instrumento de medición al aplicarse repetidas veces sobre un mismo individuo.

Inicialmente, se diseñó el instrumento para dar continuidad al proceso de confiabilidad; posteriormente a objeto de ser aplicado a una muestra de 10 sujetos con características similares a la población en estudio, es decir, se aplicó una prueba piloto la cual, según Castañeda, De la Torre, Morán y Lara (2007. p.56), consiste en “solicitar a algunos sujetos de la población que se investigará que contesten el instrumento y expongan todas sus dudas. Esta primera aplicación busca eliminar los errores del diseño del instrumento. Para ello se toma nota de los comentarios y se revisan las respuestas para verificar si todos comprendieron de la misma manera cada pregunta.

Para el cálculo de la confiabilidad se utilizó el método del coeficiente de Kuder Richardson (KR20) con el fin de analizar las respuestas señaladas por cada uno de los estudiantes que integran la muestra de estudio en la evaluación de la prueba de pretest y post test, valorando de manera dicotómica las respuestas de los ítems como correctos o incorrectos. La fórmula para calcular el coeficiente de Kuder-Richarson es la siguiente:

$$\text{Confiabilidad} = \text{KR20} = \frac{K}{K - 1} \left[1 - \frac{\sum p_i \times q_i}{(S_x)^2} \right]$$

Dónde:

K= Número de ítems del instrumento, en este caso K=20

p_i= Personas que responden correctamente el ítem i

q_i= Personas que responden incorrectamente el ítem i

(S_x)² = Varianza total del instrumento

Para efecto, la interpretación de la confiabilidad del instrumento aplicado se basa en un baremo de confiabilidad como se muestra la Tabla 4.

Rango o Intervalos	Confiabilidad
0,00-0,20	Muy Baja
0,21-0,40	Baja
0,41-0,60	Moderada
0,61-0,80	Alta
0,81-1,00	Muy Alta

Tabla 4: Baremo para el análisis de Confiabilidad. Fuente: Pallela y Martins, (2012). Adaptado por el investigador (2021)

Análisis de la información

Una vez aplicado el instrumento, se recogieron los datos y se escogió la técnica para su tabulación y procesamiento. En este sentido, Chávez (2007), señala que la tabulación de datos es una técnica que emplea el investigador para procesar los datos recolectados, permitiendo organizarlos y obtener información correspondiente a los ítems de los indicadores para las dimensiones y variables.

Posteriormente a la tabulación de los datos, se hizo el análisis estadístico de la presente investigación, aplicando estadística descriptiva e inferencial, con uso de Excel y el apoyo del programa estadístico SPSS versión 22.0, que resumidamente:

- Tablas de distribución de frecuencias
- Prueba de Normalidad
- Prueba de Wilcoxon para grupos relacionados
- La prueba de hipótesis

Cabe agregar, que antes de realizar un análisis estadístico, se debe tener presentes las condiciones de aplicación del mismo. Para ello, el investigador tiene la responsabilidad o el deber ser, de aplicar la prueba estadística de normalidad. Es decir, en la prueba de

normalidad es indispensable conocer que cuando se aplica una herramienta estadística es fundamental determinar si la información obtenida en el proceso tiene un comportamiento mediante una distribución normal. Para ello, la estadística posee algunas pruebas como la Ji-cuadrado, Kolmogorov-Smirnov, Shapiro Wilk, entre otras.

En efecto, el análisis de los resultados implica el manejo de cuadros o tablas y gráficos. Una vez obtenido los resultados, el investigador procede a su interpretación y argumentación basadas en las fuentes de recolección de la información y el aporte del marco teórico como sustento de la investigación para construir el nuevo conocimiento sobre el objeto investigado. De forma tal, que para la medición de la variable objeto de estudio en esta investigación se tomó como parámetro descriptivo la media o promedio aritmético y se construyó una tabla de interpretación o baremo de medición que permitió la categorización de la variable estudiada, sus dimensiones e indicadores respectivos; como se muestra en la Tabla 5.

Rango	Promedio (Intervalos)	Criterios (Categoría)
1	0 – 1	Muy bajo aprendizaje
2	1 – 2	Bajo aprendizaje
3	2 – 3	Medio aprendizaje
4	3 – 4	Alto aprendizaje
5	4 – 5	Muy alto aprendizaje

Tabla 5. Baremo para el análisis de las medias.

Procedimiento de la investigación

En términos generales, en el desarrollo de la investigación se cumplieron las siguientes etapas:

1. Selección del tema de estudio, planteamiento y formulación del problema basado en una realidad contextual observada por el investigador en su escenario laboral educativo; formulación de objetivos, justificación y delimitación del estudio.
2. Revisión bibliográfica y fuentes documentales para definir la reseña de antecedentes y la estructuración de las bases teóricas; sistematización y operacionalización de variables.
3. Construcción del marco metodológico estableciendo paradigma, tipo de investigación, diseño de la investigación; población y muestra; técnicas e instrumentos de recolección de datos y obtención de la validez y confiabilidad mediante el juicio de expertos con la aplicación de una prueba piloto.
4. Desarrollo de la etapa operativa en la aplicación de los instrumentos para la recolección de los datos y realizar el diagnóstico y evaluación del aprendizaje, tratamiento estadístico de los datos obtenidos. Para posteriormente, llevar a cabo el análisis y discusión de los resultados.
5. Establecer las conclusiones, recomendaciones y lineamientos o aportes de la investigación sobre el uso del software GeoGebra en el aprendizaje de circunferencia como lugar geométrico.
6. Relacionar las referencias bibliográficas usadas como apoyo en el sustento conceptual y teórico de la investigación.

Capítulo IV

Resultados de la investigación

En esta sección se hace la presentación, análisis y discusión de los resultados de la información obtenida después del tratamiento estadístico de los datos recolectados con el instrumento aplicado a los estudiantes de la institución educativa objeto de estudio, para darle cumplimiento al objetivo general y específicos en dicha investigación con la finalidad de analizar la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga, Magdalena.

Análisis y discusión de los resultados

En esta etapa, según Bernal (2006, citado por Yépez, 2015), se define “el análisis y discusión de resultados como proceso que implica el manejo de los datos obtenidos y contenidos en cuadros, gráficos y tablas; seguidamente se inicia su comprensión, teniendo como referente el marco teórico”. Es decir, se destaca la importancia del capítulo al exponer como a través de la información obtenida y el aporte del marco teórico y los antecedentes como sustento, se da respuesta los objetivos propuestos de la investigación.

En este sentido, después de emplear el instrumento diseñados a los grupos seleccionados (control y experimental) se procedió a realizar

la interpretación lógica y creativa de los resultados, los cuales se clasificaron en los indicadores y dimensiones que se formularon a partir de la determinación de la variable efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico.

Precisando de una vez, y con el propósito de analizar la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa "EL CARMEN" del municipio de Ciénaga, Magdalena; se realizaron observaciones para diagnosticar el nivel de aprendizaje de los grupos control y experimental, aplicando una prueba de conocimiento constituida por 20 preguntas, estructurada de acuerdo al modelo de Van Hiele, se abordaron solamente los primeros 4 niveles de aprendizaje (1,2,3 y 4) y definidos por 5 preguntas para cada uno. Los datos obtenidos se le hicieron tratamiento estadístico con Excel y el software SPSS versión 24.

En concordancia a lo anterior, para responder a los objetivos, se diseñaron los cuadros donde se describen a través del estadístico descriptivo la media aritmética o promedio toda la información arrojada por el instrumento que permitieron observar los distintos ítems según el siguiente baremo de categorización:

Rango	Promedio (Intervalos)	Criterios (Categorización)
1	0– 1	Muy bajo nivel de aprendizaje
2	1 – 2	Bajo nivel de aprendizaje
3	2 – 3	Medio nivel de aprendizaje
4	3 – 4	Alto nivel de aprendizaje
5	4 – 5	Muy alto nivel aprendizaje

Tabla 6: Baremo para el análisis de las medias

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Asimismo, la prueba de normalidad con la prueba no paramétrica Wilcoxon para comparar el rango medio de dos muestras relacionadas y determinar si existen diferencias significativas entre ellas (Es alternativa a la prueba t de Student cuando no se puede suponer la normalidad de dichas muestras)

- Con respecto al primer objetivo, concerniente a **diagnosticar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena**

En esta etapa el investigador aplicó la prueba de conocimiento o pretest los dos grupos de estudiantes, el grupo control y experimental para determinar su aprendizaje de forma previa antes de ejecutar las clases tanto tradicionales, como con la aplicación del software GeoGebra; se obtuvo la siguiente información:

Dimensión	Niveles de aprendizaje																			
	Nivel 1 Visualización o Reconocimiento					Nivel 2 Análisis					Nivel 3 Ordenación o Clasificación					Nivel 4 Razonamiento Deductivo				
Sujetos	Ítems					Ítems					Ítems					Ítems				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Totales ítems correctos	16	5	3	5	13	5	3	21	3	10	4	11	8	7	3	4	6	5	2	2
Media de respuestas correctas	2,67	0,83	0,50	0,83	2,17	0,83	0,50	3,50	0,50	1,67	0,67	1,83	1,33	1,17	0,50	0,67	1,00	0,83	0,33	0,33
Media de respuestas incorrectas	2,33	4,17	4,50	4,17	2,83	4,17	4,50	1,50	4,50	3,33	4,33	3,17	3,67	3,83	4,50	4,33	4,00	4,17	4,67	4,67
Promedio indicador	1,40					1,40					1,10					0,63				
Promedio dimensión	1,13																			
Categoría	Bajo nivel de aprendizaje																			

Tabla 7: Nivel de aprendizaje de los estudiantes en el Pretest (Grupo Control)

En la tabla 7, se observan los resultados obtenidos de la prueba pre-test del grupo de control para diagnosticar el nivel de aprendizaje

de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa "EL CARMEN" del municipio de Ciénaga Magdalena. En la lista se señalan los resultados de las medias de las respuestas correctas de los ítems para cada indicador, resultando en una media para la dimensión nivel de aprendizaje de 1,13; que cualitativamente corresponde en el baremo establecido para el estudio en una categorización de bajo aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en el momento de aplicación de la prueba pretest al grupo de control; esto se argumenta y describe a continuación en una examinación fragmentada de la dimensión.

Desglosando la dimensión por indicadores para su estudio, se observa, que el indicador **visualización** registró para el ítem 1, que el 53,33% de los estudiantes respondieron correctamente y el 46,67% de manera incorrecta; para el ítem 2 el 16,66% respondieron correctamente y 83,34% de manera incorrecta; para el ítem 3 el 10% respondieron correctamente y 90% de manera incorrecta y para el ítem 4 el 16,66% respondieron correctamente, mientras que el 83,34% de manera incorrecta; para el ítem 5 el 43,33% respondieron correctamente, mientras que el 56,67% de manera incorrecta. Encontrándose dicho indicador dentro de una tendencia baja, por obtener una media de 1,40; que cualitativamente corresponde en el baremo establecido para el análisis a una categorización de bajo aprendizaje, que es contradictorio a lo referido por Van Hiele (1986), quien considera que en el nivel de visualización, los objetos de pensamiento son formas y se conciben según su apariencia, los alumnos reconocen las figuras basándose en sus aspectos visuales global, o agrupaciones de formas que parecen ser similares. Aquí en el grupo de control estudiado pareciera que los estudiantes no

reaccionan o no reconocen visualmente las figuras como de “la misma forma” a una circunferencia.

De igual modo se midió el indicador **análisis**, el cual reportó para el ítem 6, que el 16,66% de los estudiantes respondieron correctamente y el 83,34% de manera incorrecta; para el ítem 7 el 10% respondieron correctamente y 90% de manera incorrecta; para el ítem 8 el 70% respondieron correctamente y 30% de manera incorrecta; para el ítem 9 el 10% respondieron correctamente, mientras que el 90% de manera incorrecta y para el ítem 10 el 33,33% respondieron correctamente, mientras que el 66,67% de manera incorrecta. Encontrándose que dicho indicador también muestra una tendencia baja, por obtener una media de 1,40; que cualitativamente corresponde en el baremo establecido para el análisis a una categorización de bajo aprendizaje; que es contradictorio a lo referido Van Hiele (1986), quien considera que en el nivel de análisis los objetos de pensamiento son clases de formas, en lugar de formas individuales. Aquí en el grupo de estudio, los estudiantes parecían no reconocer las formas, y algunos de los elementos y propiedades básicas de la circunferencia

Seguidamente, se midió el indicador **ordenación**, que registra para el ítem 11, que el 13,13% de los estudiantes respondieron correctamente y el 86,67% de manera incorrecta; para el ítem 12 el 20% respondieron correctamente y 80% de manera incorrecta; para el ítem 13 el 16,66% respondieron correctamente y 83,34% de manera incorrecta; para el ítem 14 el 6,66% respondieron correctamente, mientras que el 93,34% de manera incorrecta y para el ítem 15 el 6,66% respondieron correctamente, mientras que el 93,34% de manera incorrecta. Encontrándose dicho indicador dentro una tendencia baja, por obtener una media de 1,10; que cualitativamente le corresponde

en el baremo dentro de la categorización de bajo aprendizaje, que también es contradictorio a lo referido por el autor Van Hiele (1986), quien considera en el nivel de ordenación se pueden clasificar figuras jerárquicamente mediante ordenación de sus propiedades y dar argumentos informales para justificar sus clasificaciones. Aquí en el grupo de control se infiere que los estudiantes para clasificar no razonan sobre las propiedades de clases de figuras.

Por último, se midió el indicador **razonamiento deductivo**, que registra para el ítem 16, que el 13,33% de los estudiantes respondieron correctamente y el 86,67 % de manera incorrecta; para el ítem 17 el 20% respondieron correctamente y 80% de manera incorrecta; para el ítem 18 el 16,66% respondieron correctamente y 83,34% de manera incorrecta; para el ítem 19 el 6,66% respondieron correctamente, mientras que el 93,34% de manera incorrecta y para el ítem 20 el 6,66% respondieron correctamente, no obstante el 93,34% lo hace de manera incorrecta. Encontrándose dicho indicador dentro de una tendencia muy baja, por obtener una media de 0,63, que cualitativamente se encuentra en el baremo dentro de la categorización muy bajo aprendizaje, que se opone a lo referido por el autor Van Hiele (1986), quien considera que en el nivel de razonamiento deductivo los objetos del pensamiento son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos con el uso de sistemas axiomáticos deductivos. Aquí en los estudiantes del grupo de control se evidencia escaso razonamiento deductivo y poca claridad argumentativa axiomática.

Bajo otra mirada en la examinación, se argumenta, que en el indicador visualización o reconocimiento se obtuvo una media de 1,40 (Bajo nivel de aprendizaje), para el indicador análisis también se obtuvo una media de 1,40 (Bajo nivel de aprendizaje), para el indica-

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico
 dor clasificación una media de 1,10 (Bajo nivel aprendizaje), y para el indicador razonamiento deductivo se obtuvo una media de 0,63 (Muy bajo nivel aprendizaje).

Dimensión	Niveles de aprendizaje																			
	Nivel 1 Visualización o Reconocimiento					Nivel 2 Análisis					Nivel 3 Ordenación o Clasificación					Nivel 4 Razonamiento Deductivo				
	Ítems					Ítems					Ítems					Ítems				
Sujetos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Totales Ítems correctos	10	8	3	11	5	3	4	23	3	4	7	7	15	3	6	7	7	5	5	6
Media de respuestas correctas	1,67	1,33	0,50	1,83	0,83	0,50	0,67	3,83	0,50	0,67	1,17	1,17	2,50	0,50	1,00	1,17	1,17	0,83	0,83	1,00
Media de respuestas incorrectas	3,33	3,67	4,50	3,17	4,17	4,50	4,33	1,17	4,50	4,33	3,83	3,83	2,50	4,50	4,00	3,83	3,83	4,17	4,17	4,00
Promedio indicador	1,23					1,23					1,27					1,00				
Promedio dimensión	1,18																			
Categoría	Bajo nivel de aprendizaje																			

Tabla 8. Nivel de aprendizaje de los estudiantes en el Pretest (Grupo Experimental)

En la Tabla 8, se observan los resultados obtenidos de la prueba pre-test del grupo experimental para diagnosticar el nivel de aprendizaje. El investigador aprecia los resultados de las medias de las respuestas correctas para cada indicador, resultando en una media para la dimensión nivel de aprendizaje de 1,18; que cualitativamente corresponde en el baremo establecido para la examinación a una categorización de bajo nivel aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en el momento de aplicación de la prueba pre-test al grupo experimental; por cuanto que desglosando la dimensión se argumenta que, en el indicador visualización o reconocimiento se obtuvo una media de 1,23 (Bajo nivel de aprendizaje), para el indicador análisis también se obtuvo una media de 1,23 (Bajo nivel de aprendizaje), para el indicador clasificación una media de 1,27 (Bajo nivel aprendizaje), y para el indicador razonamiento deductivo se obtuvo de 1,00 (Bajo nivel aprendizaje).

En términos generales, bajo un enfoque descriptivo, el diagnóstico sobre los resultados del nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena, señala que para el grupo de control se tiene una media de 1,13 que traducido cualitativamente corresponde en el baremo establecido a una categoría de bajo nivel de aprendizaje, asimismo, que para el grupo experimental se obtuvo una media 1,18 que corresponde también en el baremo establecido a un bajo nivel de aprendizaje.

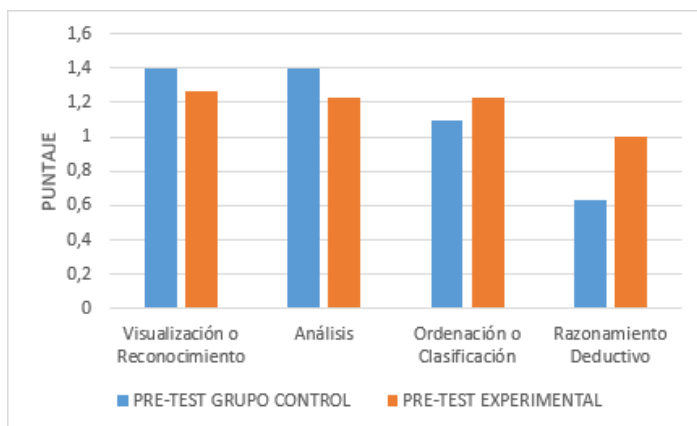
Por otro lado, al comparar las medias obtenidas para la dimensión en ambos escenarios, se aprecia una ligera diferencia entre los resultados del grupo control y el experimental; se muestra que son unos grupos parejos que presentan una tendencia similar en cuanto al nivel de aprendizaje que manejan sobre la circunferencia como lugar geométrico; resultados que resumidamente se señala en la siguiente tabla:

Indicadores	Grupo control		Grupo experimental	
	Media	Categoría	Media	Categoría
Nivel 1: Visualización o reconocimiento	1,40	Bajo aprendizaje	1,27	Bajo aprendizaje
Nivel 2: Análisis	1,40	Bajo aprendizaje	1,23	Bajo aprendizaje
Nivel 3: Ordenación o clasificación	1,10	Bajo aprendizaje	1,23	Bajo aprendizaje
Nivel 4: Razonamiento deductivo	0,63	Muy bajo aprendizaje	1,00	Bajo aprendizaje
Dimensión: Nivel de aprendizaje	1,13	Bajo aprendizaje	1,18	Bajo aprendizaje

Tabla 9. Resumen comparativo de las medias de los indicadores Pretest (Grupo Control-Experimental)

Para visualizar mejor los resultados descritos anteriormente, se procede a realizar el gráfico 1 comparativo de los resultados obtenidos del pre-test del grupo control contra los del grupo experimental.

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico



Grafica 1: Comparativo de Medias de indicadores Vs. Nivel de aprendizaje Del Pretest (Grupo Control-Experimental)

Resulta oportuno e interesante, analizar la homogeneidad de los promedios obtenidos por los dos grupos, experimental y control, en la prueba pretest para ver su significancia en torno a la similitud del aprendizaje de los grupos mencionados para darle una mayor validez estadística. Para ello, primero se realiza la prueba de normalidad (ver el Anexo B), en la que se demostró que los datos no provienen de una distribución normal; esto indica que podemos aplicar una prueba no paramétrica para hacer la comparación, como lo es la prueba de Wilcoxon para comparar el rango medio de dos muestras relacionadas y determinar si existen diferencias entre ellas (se usa como alternativa a la prueba t de Student cuando no se puede suponer la normalidad de dichas muestras); cuyos resultados se muestran a continuación:

Parámetros	Pretest	
	Grupo control	Experimental
Media	1,1333	1,1833
Varianza	0,57511	0,44009
Observaciones	30	30
Nivel de confianza	95%	
Estadístico Z	-0,767	
Valor crítico de Z	0,443	

Tabla 10. Prueba Wilcoxon para Pretest (Ambos grupos)

De acuerdo con los resultados señalados en la tabla anterior, los resultados estadísticos arrojaron que con un estadístico Z igual a ($Z=-0,767$), el P-valor indica que no existen diferencias significativas entre las medias del PRE-TEST GRUPO CONTROL y EXPERIMENTAL con un valor de 0,443 ($P\text{-valor}>0,05$). Es decir, analizando el pretest de ambos grupos, se aprecia en la tabla, en relación al grupo control, que su media fue de 1,1333, mientras que para el grupo experimental fue de 1,1833, lo que arroja una diferencia de -0,05, demostrándose que los grupos son homogéneos o similares y tienen la misma tendencia comparable de respuestas.

- Con respecto al segundo objetivo, referido **Aplicar las herramientas del software GeoGebra para el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.**

Secuencialmente, dándole respuesta al objetivo específico número dos se atendió la problemática y se abordó el mejoramiento de los niveles de aprendizajes del grupo de estudiantes evaluados. El investigador procedió a la elaboración de un módulo didáctico de

aprendizaje para desarrollar el tema de la circunferencia como lugar geométrico, estructurado en dos secciones, planificadas para desarrollarla en dos etapas durante un mes de actividades, con una jornada semanal de 4 horas, para un total de 16 horas. (Ver sección de anexos).

En la primera etapa, se desarrolló la primera sección de la guía didáctica de aprendizaje, que corresponde al contenido escrito sobre la circunferencia como lugar geométrico planteado para orientarse de manera tradicional, en sesiones expositivas a través de clases magistrales por parte del profesor a los estudiantes del grupo de control (10°B). De forma que el desarrollo de la etapa, se llevó a cabo

En la segunda etapa, se desarrolló la segunda sección de la guía didáctica de aprendizaje, que corresponde al contenido basado en las instrucciones y la aplicación del software GeoGebra; en la sala de informática los estudiantes interactuaron con la tecnología manipulando y familiarizándose con las herramientas del software a utilizar, atendiendo su descripción pasó a paso en la guía didáctica de aprendizaje definida sobre la circunferencia como lugar geométrico a los estudiantes del grupo experimental (10°A).

De esta manera, después de la inducción establecida se aplica el software GeoGebra, como lo plantea Barraqueta (2014, citado por Calderón, 2017, p.36), expone que “este software nos permite realizar construcciones a través de la aplicación de puntos, segmentos de recta, rectas, vectores entre otros; todo esto a través del uso de los iconos de las distintas herramientas y recursos que se presentan de forma explícita y dinámica o sino con el uso o manejo de comandos”. Es decir, esa es una de las ventajas del programa su uso es muy fácil y amigable tanto para docentes como para estudiantes; la visualización dinámica e interactiva lo hace lúdico e innovador.

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

- Con respecto al tercer objetivo, correspondiente a **Identificar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.**

Seguidamente, el investigador al querer identificar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena; después de impartir las clases tradicionales al grupo control durante un mes, con jornadas semanales de 4 horas, para un total de 16 horas, señala los resultados obtenidos en la siguiente tabla.

Dimensión	Niveles de aprendizaje																			
	Nivel 1 Visualización o Reconocimiento					Nivel 2 Análisis					Nivel 3 Ordenación o Clasificación					Nivel 4 Razonamiento Deductivo				
Sujetos	Ítems					Ítems					Ítems					Ítems				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Totales ítems correctos	18	26	21	23	21	23	20	21	22	24	23	20	16	20	29	20	22	13	19	19
Media de respuestas correctas	3,00	4,33	3,50	3,83	3,50	3,83	3,33	3,50	3,67	4,00	3,83	3,33	2,67	3,33	4,83	3,33	3,67	2,17	3,17	3,17
Media de respuestas incorrectas	2,00	0,67	1,50	1,17	1,50	1,17	1,67	1,50	1,33	1,00	1,17	1,67	2,33	1,67	0,17	1,67	1,33	2,83	1,83	1,83
Promedio indicador	3,67					3,63					3,60					3,10				
Promedio dimensión	3,51																			
Categoría	Alto nivel de aprendizaje																			

Tabla 11. Nivel de aprendizaje de los estudiantes del postest (Grupo Control)

En la tabla 11, se observa una media de la dimensión nivel de aprendizaje para el grupo de control de 3,51; que cualitativamente corresponde en el baremo establecido para la examinación a una categorización de Alto nivel de aprendizaje de la circunferencia

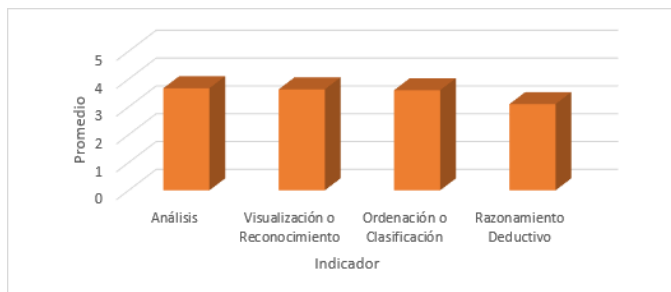
Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

como lugar geométrico en el momento de aplicación de prueba pos-test al grupo control, es decir, después de las dieciséis (16) horas correspondiente a las clases tradicionales; por cuanto que desglosando la dimensión se argumenta, que en el indicador visualización o reconocimiento se obtuvo una media de 3,67 (Alto nivel de aprendizaje), para el indicador análisis se obtuvo una media de 3,63 (Alto nivel de aprendizaje), para el indicador ordenación o clasificación una media de 3,60 (Alto nivel aprendizaje), y para el indicador razonamiento deductivo se obtuvo de 3,10 (Alto nivel aprendizaje), lo cual se expresa de manera resumida la siguiente tabla:

Indicador	Promedio	Categoría
Análisis	3,67	Alto nivel de aprendizaje
Visualización o Reconocimiento	3,63	Alto nivel de aprendizaje
Ordenación o Clasificación	3,60	Alto nivel de aprendizaje
Razonamiento Deductivo	3,10	Alto nivel de aprendizaje

Tabla 12: Resumen de las medias de los indicadores de la dimensión nivel de aprendizaje (Postest – Grupo control)

Con la finalidad de visualizar mejor los resultados anteriormente descritos, se procede a realizar el gráfico 3 de los resultados postest del grupo control.



Gráfica 2: Medias de indicadores Vs. nivel de aprendizaje (Postest – Grupo control)

En concordancia con lo anterior, se aprecia un mejoramiento en cuanto a los resultados obtenidos en la prueba pretest realizado a este mismo grupo de control sin recibir ningún tipo de actividades formativas para afianzar su nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico. Al respecto, Pumacallahui (2010, citado por Escobar, 2019, p.17) señala que el aprendizaje “un proceso de construcción de conocimientos y habilidades. Estos son elaborados por los propios educandos, en interacción con la realidad social y natural, en ocupaciones con ayuda de materiales técnicos, haciendo uso de sus experiencias y conocimientos previos”. Es decir, los educandos son los que construyen su propio aprendizaje el aprendizaje producto del uso de materiales, la enseñanza y la experiencia que le permite la adquisición de habilidades y actitudes para enfrentar y adaptarse a cualquier escenario de vida.

- Con respecto al cuarto objetivo, relacionado a **Identificar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases con el software GeoGebra de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.**

En cuanto, el investigador estimar identificar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases con el software GeoGebra de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena, después de impartir las clases aplicando el software GeoGebra al grupo experimental durante un mes, con jornadas semanales de 4 horas, para un total de 16 horas, señala los resultados obtenidos en la siguiente tabla.

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Dimensión	Niveles de aprendizaje																			
	Nivel 1 Visualización o Reconocimiento					Nivel 2 Análisis					Nivel 3 Ordenación o Clasificación					Nivel 4 Razonamiento Deductivo				
Indicador	ítems					ítems					ítems					ítems				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Totales ítems correctos	25	23	19	23	29	20	26	23	20	26	25	26	21	22	20	28	24	18	15	30
Media de respuestas correctas	4,17	3,83	3,17	3,83	4,83	3,33	4,33	3,83	3,33	4,33	4,17	4,48	3,50	3,67	3,33	4,67	4,00	3,00	2,50	5,00
Media de respuestas incorrectas	0,83	1,17	1,83	1,17	0,17	1,67	0,67	1,17	1,67	0,67	0,83	0,52	1,50	1,33	1,67	0,33	1,00	2,00	2,50	0,00
Promedio indicador	3,97					3,83					3,83					3,83				
Promedio dimensión	3,87																			
Categoría	Alto nivel de aprendizaje																			

Tabla 13: Nivel de aprendizaje de los estudiantes Pos-test (Grupo Experimental)

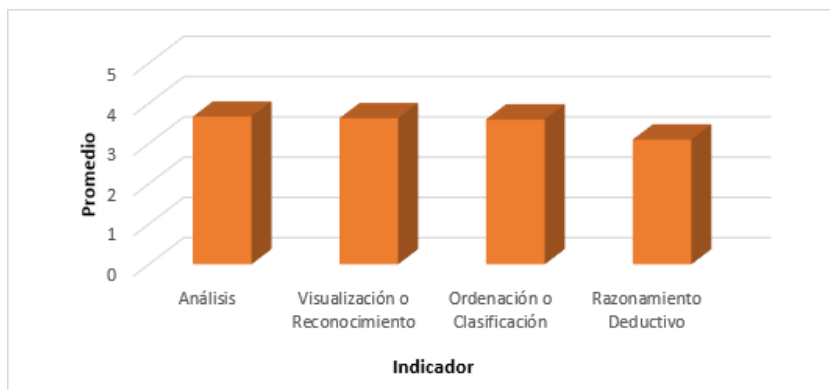
En la tabla 13, se observa una media de la dimensión nivel de aprendizaje para el grupo de experimental de 3,87; que cualitativamente corresponde en el baremo establecido para la examinación a una categorización de Alto nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en el momento de aplicación de prueba postest al grupo experimental, es decir, después de las dieciséis (16) horas correspondiente a las clases aplicando el software GeoGebra; por cuanto que fragmentando la dimensión en sus indicadores, se argumenta, que en el indicador visualización o reconocimiento se obtuvo una media de 3,97 (Alto nivel de aprendizaje), para el indicador análisis se obtuvo una media de 3,83 (Alto nivel de aprendizaje), para el indicador ordenación o clasificación se obtuvo la misma media de 3,83 (Alto nivel aprendizaje), y para el indicador razonamiento deductivo se obtuvo de 3,83 (Alto nivel aprendizaje), lo cual se expresa de manera resumida en la siguiente tabla:

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Indicador	Promedio	Categoría
Análisis	3,97	Alto aprendizaje
Visualización o Reconocimiento	3,83	Alto aprendizaje
Indicador	Promedio	Categoría
Ordenación o Clasificación	3,83	Alto aprendizaje
Razonamiento Deductivo	3,83	Alto aprendizaje

Tabla 14: Resumen de las medias de los indicadores de la dimensión nivel de aprendizaje (Postest -Grupo Experimental)

Con la finalidad de visualizar mejor los resultados anteriormente descritos, se procede a realizar el gráfico 4 de los resultados post-test del grupo control.



Gráfica 3: Medias de indicadores Vs. nivel de aprendizaje (Postest – Grupo Experimental)

En concordancia con lo anterior, se aprecia un mejoramiento en cuanto a los resultados obtenidos de la prueba pre-test realizado a este mismo grupo experimental sin recibir ningún tipo de actividades formativas con las que usando la tecnología se evidencia un mayor afianzamiento en su nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico. Al respecto, Álvarez, Villegas & Almeida (2014), señalan que: en el aprendizaje de las matemáticas los medios tecnológicos, favorecen

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

una penetración más profunda en el contenido matemático que se estudia mediante una actividad matemática que es más experimental, de búsqueda del conocimiento, de establecimiento de conexiones, pero además, que contribuyen a activar y a motivar a los alumnos hacia el estudio. Es decir, los recursos digitales que permiten realizar mediaciones tecnológicas, donde el educando-profesor, encuentran espacios innovadores, ambientes de aprendizajes y nuevas formas de desarrollar las praxis educativas dentro del aula y fuera de ellas, que difiere sustancialmente a la forma tradicional de pizarra, papel y lápiz.

- Con respecto al quinto objetivo, relacionado a **Comparar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional y de los que recibieron clases con el software GeoGebra de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena.**

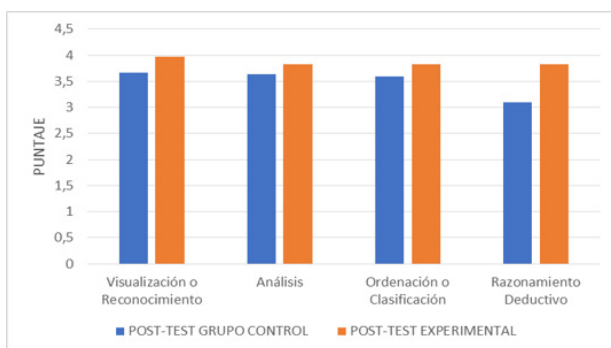
En los apartados anteriores se presentaron y analizaron los resultados obtenidos para la dimensión nivel de aprendizaje, antes y después de culminarse el proceso de enseñanza para el grupo control y el grupo experimental; tal y como se muestra de forma resumida y comparativa en la siguiente tabla:

Indicadores	Grupo control		Grupo experimental	
	Media	Categoría	Media	Categoría
Nivel 1: Visualización o reconocimiento	3,67	Alto aprendizaje	3,97	Alto aprendizaje
Nivel 2: Análisis	3,63	Alto aprendizaje	3,83	Alto aprendizaje
Nivel 3: Ordenación o clasificación	3,60	Alto aprendizaje	3,83	Alto aprendizaje
Nivel 4: Razonamiento deductivo	3,10	Alto aprendizaje	3,83	Alto aprendizaje
Dimensión: Nivel de aprendizaje	3,51	Alto aprendizaje	3,87	Alto aprendizaje

Tabla 15: Resumen comparativo de las medias de los indicadores Postest (Grupo Control-Experimental)

En la Tabla 15, se muestran los estadísticos descriptivos correspondientes a la media obtenida para la dimensión nivel de aprendizaje después de aplicar la prueba postest al grupo de control y experimental, de forma que, el investigador al analizar los resultados obtenidos en ambos grupos, denota en relación al grupo control, que la media fue de 3,51; lo que cualitativamente según el baremo establecido para el estudio se categoriza como un alto nivel de aprendizaje, asimismo, para el grupo experimental la media fue de 3,87, que también se categoriza en el baremo establecido para el estudio como un alto nivel de aprendizaje; sin embargo, se aprecia una ligera diferencia en las medias de -0,36; lo que permite inferir que se favorece más los resultados obtenidos por el grupo experimental por tener una media mayor. Esto enfocado teóricamente, pareciera indicar que ambos métodos producen efectos similares en mejorar el aprendizaje. Pero, matemáticamente hablando, se nota que existe una diferencia palpable en los resultados obtenidos para ambos grupos, que nos induce a que se precise cuál de los dos grupos es más efectivo.

Para visualizar mejor los resultados descritos anteriormente, se procede a realizar la gráfica 4 de los resultados postest del grupo control y experimental



Gráfica 4. Comparativo de Medias de indicadores Vs. Nivel de aprendizaje Del Postest (Grupo control-Experimental)

Prueba de hipótesis

Para tomar esa conjetura, que sea una postura válida y aceptada en estas situaciones, se requiere comparar los resultados de manera más estricta, usando la estadística inferencial y la taxonomía de las hipótesis para saber las condiciones de aplicación de este. En efecto, en casi todos los análisis estadísticos, cuando se va a comparar es relevante realizar la prueba estadística de normalidad (Ver el Anexo B)

Hipótesis

H₀: La mediana de las diferencias del puntaje entre el POST-TEST del GRUPO CONTROL y EXPERIMENTAL son iguales

H₁: La mediana de las diferencias del puntaje entre el POST-TEST del GRUPO CONTROL y EXPERIMENTAL son diferentes.

Regla de decisión: Si el "valor p" (Sig.) es menor o igual que α , la H₀ se rechaza.

Resulta oportuno e interesante, analizar la homogeneidad de los promedios obtenidos por los dos grupos, experimental y control, en la prueba Posttest para ver su significancia en torno a la similitud del aprendizaje de los grupos mencionados para darle una mayor validez. Para ello, primero se realiza la prueba de normalidad (Ver Anexo B), donde se demuestra que los datos no provienen de una distribución normal esto indica que podemos aplicar una prueba no paramétrica para hacer la comparación, como la de Wilcoxon para comparar el rango medio de dos muestras relacionadas y determinar si existen diferencias significativas entre ellas (Es alternativa a la prueba t de Student cuando no se puede suponer la normalidad de dichas muestras); cuyos resultados se muestran a continuación:

Parámetros	Postest	
	Control	Experimental
Media	3,5000	3,8667
Varianza	0,62284	0,53229
Observaciones	30	30
Nivel de confianza	95%	
Estadístico Z	-2,266	
Valor crítico de Z	0,023	

Tabla 16. Prueba Wilcoxon para Postest (ambos grupos)

De acuerdo con los resultados evidenciados en la tabla anterior, para determinar la prueba de hipótesis general según la interpretación de la prueba Wilcoxon, los resultados estadísticos arrojaron que con un estadístico Z igual a ($Z=-2,266$), el P-valor indica que sí existen diferencias significativas entre las medias del POST-TEST GRUPO CONTROL y EXPERIMENTAL con un valor de 0,023 (P-valor $<0,05$), permite afirmar que hay una diferencia significativa entre los dos grupos, específicamente a favor del grupo experimental.

En efecto, sobre la base de los anteriores planteamientos, se da cumplimiento al objetivo general de la investigación, porque se asegura que se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta como verdadera la hipótesis H_1 donde se establecía que el uso del software GeoGebra es efectivo en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga, Magdalena.

Capítulo V

Aportes de la investigación

Guía didáctica de aprendizaje

Introducción

En la actualidad, el mundo se encuentra saliendo del marco de una pandemia por el Covid-19, que ha condicionado a los países latinoamericanos a un aislamiento obligatorio total, obligándolos a cambiar el horizonte educativo al pasar de la modalidad presencial en las escuelas a la modalidad virtual o remota. Esta situación ha puesto de manifiesto una problemática generalizada, como es la debilidad y la gran brecha digital existente en el sector educativo colombiano con el uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC) dentro de las aulas y fuera de ellas, cobrando de esta manera una gran importancia su uso en los procesos educativos escolares.

Al respecto, Rico & Sierra (1994), afirman que: la introducción de los medios tecnológicos conocidos como software (en particular los softwares libres) en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de la matemática, pueden hacer realidad una de las sugerencias didácticas ofrecida por Puig Adam (1959), en su decálogo de la Didáctica de la Matemática Media, referida a enseñar matemática guiando la actividad descubridora del alumno.

Fundamentación teórica

A lo largo de la historia, el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de las matemáticas siempre ha sido dificultoso y complicado por la naturaleza misma de las matemáticas que generan implicaciones didácticas en su proceso de enseñanza para la mayoría de los estudiantes en los diferentes niveles educativos, debido a que la forma tradicional y rutinaria en que se desarrollan los contenidos tienden a disminuir la atención de los alumnos, su motivación y por ende la capacidad de aprendizaje matemático escolar; siendo esto una particularidad muy grave, a pesar de que, desde el comienzo de la Edad Media el conocimiento de las matemáticas se ha considerado esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología. (MEN, 2006).

Al respecto, González, Gutiérrez & Sandoval (2017), consideran que: “el GeoGebra contribuye en muchos aspectos a mejorar las metodologías de enseñanza-aprendizaje y para la solución de problemas académicos proporcionando información valiosa en aspectos gráficos, lo cual genera interés en la aplicación de esta herramienta para la resolución de problemas”. En efecto, es innegable la importancia que reviste el uso de las TIC y las herramientas tecnológicas como el software GeoGebra en la innovación de la praxis educativa, con la intención de responder a una nueva sociedad caracterizada por ser abierta, flexible y digital; con el propósito de atender las necesidades de los estudiantes, reconstruir los ambientes de aprendizajes que le permitan reestructurar sus concepciones sobre el valor de la adquisición del conocimiento.

Justificación

En la actualidad, el mundo se encuentra saliendo del marco de una pandemia por el Covid-19, que tuvo condicionado al país en

un aislamiento obligatorio total, obligando a cambiar el horizonte educativo al pasar de la modalidad presencial en las escuelas a la modalidad virtual o remota. Esta situación puso de manifiesto una problemática generalizada, como es la debilidad y la gran brecha digital existente en el sector educativo colombiano con el uso de las tecnologías de información y comunicación (TIC) en las aulas y fuera de ellas, cobrando de esta manera una gran importancia su uso en los procesos educativos escolares.

En tal sentido Álvarez, Villegas & Almeida (2014), señalan que: en el aprendizaje de las matemáticas los medios tecnológicos, favorecen una penetración más profunda en el contenido matemático que se estudia mediante una actividad matemática que es más experimental, de búsqueda del conocimiento, de establecimiento de conexiones, pero además, que contribuyen a activar y a motivar a los alumnos hacia el estudio. En efecto, esos recursos tecnológicos como mediadores en el aula van a propiciar un ambiente de aprendizaje dinámico e interactivo, induciendo una notable renovación de la metodología planteada por el docente en el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de la matemática, innovando su praxis.

Estos lineamientos teóricos-prácticos son necesarios porque involucran a los docentes en la utilización de herramientas tecnológicas, como el GeoGebra, para mejorar el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa "EL CARMEN" del municipio de Ciénaga, Magdalena.

Objetivos

Objetivo General

Formular lineamientos teóricos-prácticos para la promoción del uso del Software GeoGebra para el fortalecimiento en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga, Magdalena.

Objetivos específicos

- Gestionar la inclusión del software GeoGebra en el currículo del área de matemática en su proceso de enseñanza y aprendizaje de la circunferencia y de otros lugares geométricos.
- Proponer la capacitación integral de los docentes y estudiantes para que se fortalezca el uso del software GeoGebra como herramienta tecnológica que contribuya a generar nuevos escenarios de aprendizajes en el aula y fuera de ella.
- Promover el uso del GeoGebra en la educación matemática de la institución educativa para mejorar el nivel de aprendizaje de los estudiantes en los otros grados escolares.

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Objetivos Específicos	Lineamientos teórico-práctico	Estrategias	Actividades	Recursos	Tiempo
Gestionar la inclusión del software GeoGebra en el currículo del área de matemática en su proceso de enseñanza y aprendizaje de la circunferencia y de otros lugares geométricos.	Concientizar a la comunidad educativa sobre la necesidad de entrar a innovar las praxis educativas con el uso de las tecnología desde la actualización del currículo	Talleres de formación	Propiciar los espacios para las charlas y las inducciones con el uso del software matemático Geogebra Familiarizándolos con su plataforma	Coordinador Docente Sala de informática Internet	1 semana (Sesión de 4 horas)
Proponer la capacitación continua de estudiantes para que se fortalezca sus habilidades en el uso del software GeoGebra como herramienta tecnológica que contribuya a generar nuevos escenarios de aprendizaje en el aula y fuera de ella	Impulsar programas de inducción en alianza con el profesor de informática para adquirir la habilidad en el manejo del software	Realización de micro talleres y desarrollo de la guía didáctica de aprendizaje sobre la circunferencia	<ul style="list-style-type: none"> • magistral tradicional • Clase de inducción • Practica • Evaluación 	Profesor de matemática y docente de informática Sala de informática	2 semanas (2 sesiones de 4 horas)
Promover el uso del Geogebra en la educación matemática en los estudiantes de la institución educativa para mejorar el nivel de aprendizaje de los estudiantes en los otros grados escolares.	Realizar las capacitación a los docentes	Desarrollo de talleres prácticos sobre el uso del software matemática GeoGebra	Dictar capacitaciones nivel aprendiz a los docentes del área de matemáticas y tanto de la educación básica y media	Docente de informática en combinación con los docentes de matemática. PC e Internet.	1 semana (Sesión de 4 horas)

Tabla 17: Lineamientos Teóricos-Prácticos

Resultados esperados

Se aspira el logro de los objetivos proyectados en esta investigación, con el propósito en primera instancia que los directivos de la institución incluyan en el currículo del área de matemática el uso del Geo-

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Gebra, en los docentes el compromiso de innovar sus praxis educativas y en los estudiantes que aprovechen el que el software es una potente herramienta tecnológica, libre para que potencie su pensamiento matemático, en especial su saber varacional y geométrico. Esto permitirá estimular su capacidad cognitiva y su nivel de aprendizaje para lograr un mayor desempeño en las pruebas externas.

Conclusiones

Después de los resultados y su análisis, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

Con respecto al objetivo de diagnosticar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena, se concluye que estos se encontraron con una tendencia baja al inicio de la investigación, presentando un bajo desempeño según los tipos de aprendizajes. A los efectos de estos, lo relacionado con los indicadores estudiados como visualización, análisis, clasificación y razonamiento deductivo, todos alcanzaron un bajo nivel correspondiente a una categoría de bajo aprendizaje.

En lo concerniente al objetivo aplicar las herramientas del software GeoGebra para el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga, el mismo se desarrolló siguiendo una planificación de 16 horas distribuida durante un mes, en secciones de 4 horas semanales entre el mes de marzo y fines de abril de 2022, basado en el contenido curricular del área de matemáticas evaluándose a los estudiantes antes del tratamiento con el software (pre test a grupo de control y experimental). Luego,

se contó con la infraestructura de la institución para desarrollar las clases tradicionales al grupo de control, y, en sala de cómputo, con conectividad a Internet para realizar la capacitación en el manejo de este programa, a este grupo de estudiantes del grupo experimental

Siguiendo con el objetivo de identificar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional de la Institución Educativa "EL CARMEN" del municipio de Ciénaga, luego de aplicar la prueba de conocimiento pos test al grupo control al cual se le dio el tratamiento tradicional, los resultados del grupo de estudiantes después de la intervención magistral presentaron un mejoramiento en sus conocimientos, demostrándose un mayor nivel de aprendizaje.

Continuando con el objetivo Identificar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases con el software GeoGebra de la Institución Educativa "EL CARMEN" del municipio de Ciénaga Magdalena, luego de aplicar la prueba de conocimiento pos test al grupo experimental al cual se le dio el tratamiento con el uso del software GeoGebra, los resultados del grupo de estudiantes presentaron un mejoramiento sustancial en sus conocimientos, demostrándose un mayor nivel de aprendizaje.

En el caso del objetivo donde se pretende Comparar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional y de los que recibieron clases con el software GeoGebra de la Institución Educativa "EL CARMEN" del municipio de Ciénaga Magdalena, después de recibir ambos tratamientos el tradicional

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

para el grupo control y el uso de software GeoGebra para el grupo experimental, una vez aplicada la prueba pos test los resultados demuestran que estos dos grupos presentan mejoramiento, pero se nota una diferencia muy notable en cuanto al aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico, siendo el grupo experimental, el que muestra un mayor nivel de aprendizaje en esta temática.

Con relación al objetivo en el que se propone formular lineamientos teóricos-prácticos para la promoción del uso del software GeoGebra como herramienta de apoyo en la praxis educativa para el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico, se concluye que se pudo presentar una sucesión de lineamientos de acuerdo a los objetivos formulados en la presente investigación.

Finalmente, dando de esta forma respuesta al objetivo general de esta investigación, que buscó analizar la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa "EL CARMEN" del municipio de Ciénaga, Magdalena; se determina que se comprobó la hipótesis de que es efectiva la aplicación del software GeoGebra para fortalecer el aprendizaje en objeto matemático analizado.

Recomendaciones

Terminados todos los aspectos sobre el análisis de la efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa "EL CARMEN" del municipio de Ciénaga, Magdalena; el investigador recomienda lo siguiente:

En primer lugar, con respecto al objetivo específico relacionado con diagnosticar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar

geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena; se recomienda la realización de una prueba diagnóstica para todas las unidades del contenido temático del acuerdo a los DBA (Derechos Básicos de Aprendizajes) del área de matemática para décimo grado, con el fin de determinar el nivel de aprendizaje que tengan los estudiantes en dichos temas. Del mismo modo, llamar a los docentes a capacitarse y profundizar en el uso de esta potente herramienta tecnológica para usar dentro de las aulas de clases en el área de las matemáticas para generar nuevos espacios de aprendizajes.

En segundo lugar, en cuanto al objetivo específico referido de aplicar las herramientas del software GeoGebra para el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena; se recomienda a los profesores en especial a los de matemática con apoyo de los profesores de informática de la institución estudiada usar las herramientas tecnológicas para el desarrollo de sus procesos de enseñanza aprendizaje, que coadyuven a fortalecer en los estudiantes la adquisición de los niveles de aprendizajes y lógicamente mayor apropiación del conocimiento en otros lugares geométricos.

En tercer lugar, refiriéndonos al objetivo específico relacionado a Identificar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena; se recomienda primeramente a las instituciones a sensibilizar a los docentes para que se comprometan en la realización de jornadas de capacitación en cuanto al uso y manejo de herramientas tecnológicas, en especial el sof-

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

ware matemático GeoGebra, para que adquieran las habilidades necesarias y lo apliquen con sus estudiantes, con el propósito de innovar su práctica didáctica pedagógica.

En cuarto lugar, en cuanto al objetivo específico relacionado en identificar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases con el software GeoGebra de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena, una vez generada la cultura y el compromiso del uso del software GeoGebra realizar concurso para promover su continuo uso

En quinto lugar, en cuanto al objetivo específico, relacionado con comparar el nivel de aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo que recibieron clases de manera tradicional y de los que recibieron clases con el software GeoGebra de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena; se recomienda llevar a cabo estas comparaciones de manera regular a través de pruebas internas de conocimiento para indagar en el desempeño académico por períodos.

Finalmente, con referente al objetivo específico relacionado con formular lineamientos teóricos-prácticos para el uso del Software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico en los estudiantes de grado Décimo de la Institución Educativa “EL CARMEN” del municipio de Ciénaga Magdalena ; se recomienda aplicar los lineamientos teóricos y prácticos diseñados, buscando la innovación en la creación de ambientes de aprendizajes dinámicos e interactivos con la integración de la didáctica de estas herramientas tecnológicas para su buen uso

Referencias bibliográficas

- Álvarez, M., Almeida, B., & Villegas, E. (2014). El proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. *Pueblo y Educación* Imprenta Nacional, La Habana.
- Arias, F. (2012). *El Proyecto de Investigación*. (Sexta Edición). Editorial Episteme, Caracas, Venezuela.
- Arias, F. (2016). *El Proyecto de Investigación: Introducción a la Metodología Científica*. (Séptima Edición). Editorial Episteme, Caracas, Venezuela.
- Ávila, P. (2012). *Razonamiento covariacional a través de software dinámico el caso de la variación lineal y cuadrática*. [Trabajo de Maestría]. Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín, Colombia
- Bueno, Y. & Valencia, N. (2016). *Uso de la herramienta GeoGebra para el desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de Octavo y Noveno grado de la Institución Educativa Colegio Integrado Madre de la Esperanza*. [Tesis de Maestría]. Universidad Autónoma de Bucaramanga, Colombia
- Carbajal, P. (2017). *Modelación de Van Hiele mediado por GeoGebra en el aprendizaje de las secciones cónicas en estudiantes del I ciclo de ingeniería de sistemas de la Universidad César Vallejo*, 2017. [Tesis doctoral]. Universidad Nacional de Educación 'Enrique Guzmán y Valle', Perú

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Carmona, J. (2011). *La circunferencia. Una propuesta didáctica usando el modelo de Van Hiele y geometría dinámica*. [Tesis de maestría]. Universidad Nacional de Colombia

Castañeda, J., De la Torre, M., Morán, J., & Lara, L. (2007). *Metodología de la Investigación*. (3era Edición). Editorial McGraw-Hill Interamericana Editores, S.A de C.V, México.

Chávez, N. (2007). *Introducción a la Investigación Educativa*. (4ta Edición). Talleres de Gráfica González, C. A., Maracaibo, Venezuela.

Córdoba, A. (2018). *Desarrollo del pensamiento variacional mediante el uso del programa matemático GeoGebra en estudiantes de grado Noveno*. [Tesis de Maestría]. Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales, Colombia

Cuentas, E., Chilito, G., & Miranda, F. (2017). *Secuencia didáctica 'Sólidos Geométricos' mediada por el software GeoGebra para estimular el pensamiento geométrico en estudiantes de 9°*. [Tesis de Maestría]. Universidad del Norte, Colombia

De León, H. (2018). *Efectos de la utilización del software GeoGebra en la enseñanza–aprendizaje de rectas, parábolas y circunferencia, de estudiantes pre-universitario de Concepción*. [Tesis de maestría]. Universidad Nacional de Concepción, Paraguay

Díaz, A. (2016). *Efectividad del uso del software GeoGebra y Dr. Geo en el aprendizaje de la geometría*. [Tesis de Maestría]. Universidad Rafael Bellosillo Chacín, Venezuela

Díaz, M. (2018). *GeoGebra como herramienta para fortalecer el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos en los estudiantes de grado Noveno de la Institución Educativa*

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Nuestra Señora de las Angustias del Municipio de Labateca.
[Tesis de Maestría]. Universidad Autónoma de Bucaramanga, Colombia

Díaz, R. (2014). *La construcción del concepto de circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del GeoGebra en estudiantes de Quinto de Secundaria.* [Tesis de Maestría]. Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú

Escobar, C. (2019). *Uso del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de quinto grado de educación secundaria de la institución educativa nuestra señora de la esperanza, UGEL N° 06.* [Tesis de maestría]. Universidad Nacional de Educación 'Enrique Guzmán y Valle'

González, V., Gutiérrez, D., & Sandoval, M. (2017). Desarrollo didáctico con GeoGebra como herramienta para la enseñanza en aplicaciones de mecanismos y diseño de maquinaria dentro de la ingeniería. *XXIII Congreso Internacional Anual de la SOMIM* (Cuernavaca, Morelos, México).

González, W. (2018). *Conocimientos correctos y errores de conocimiento en el estudio de las secciones cónicas con uso de GeoGebra por estudiantes del tercero de bachillerato.* [Tesis de maestría]. Universidad de Cuenca, Ecuador

Hernández, J., & Peñalver, M. (2017). *Incidencia del software GeoGebra como herramienta didáctica en el desarrollo del pensamiento geométrico.* [Tesis de maestría]. Universidad de la Costa, Colombia

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación.* McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. de C.V, México D.F.

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. McGraw-Hill, México D.F.

Herrera, P. (2018). *Las secciones cónicas desde el entorno dinámico GeoGebra*. [Tesis doctoral]. Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua

Hoffer, A. (1990). La geometría es más que demostración. *Notas de Matemática*.

Hohenwarter, M., & Hohenwarter, J. (2009). *Manual oficial de GeoGebra*. Universidad de Atlantic, Florida.

Hurtado, J. (2012). *Metodología de la investigación holística*.

MEN (Ministerio de Educación Nacional) (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*.

MEN (Ministerio de Educación Nacional) (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*.

Méndez, C. (2009). *Guía para elaborar diseño de investigación en Ciencias*. Editorial Mc Graw-Hill.

Moreno, L. (2002). *Evolución y Tecnología*. MEN, Bogotá.

Palella, S., & Martins, F. (2012). *Metodología de la Investigación Cuantitativa*. (Tercera edición). Fondo editorial de la Universidad Pedagógica Libertador (FEDEUPEL), Caracas, Venezuela.

Rico, L., & Sierra, M. (1994). *Educación matemática en la España del siglo XX*. Síntesis, S.A, Madrid.

Ruiz, H. (2011). *Génesis instrumental en el estudio de la elipse desde una perspectiva variacional: el caso de GeoGebra*. [Tesis de Maestría]. Universidad de Antioquia

Efectividad del software GeoGebra en el aprendizaje de la circunferencia como lugar geométrico

- Ruiz, H., Ávila, P., & Villa, J. (2012). *Uso del GeoGebra como herramienta didáctica dentro del aula de Matemática.*
- UNESCO (2010). *El Impacto de las TIC en la educación.* <http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001905/190555s.pdf>
- Urieles, A., & Romero, J. (2016). *Módulo de Seminario de Investigación I.* Ediciones Universidad del Atlántico, Facultad de Ciencias Básicas, Atlántico, Colombia.
- Valenzuela, P. (2021). *Aplicaciones del software GeoGebra en el aprendizaje de las secciones cónicas del I ciclo de una universidad privada, Lima 2020.* [Tesis de maestría]. Universidad César Vallejo, Perú
- Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight.* Academic Press, New York.
- Villa, J. (2011). *La comprensión de la tasa de variación para una aproximación al concepto de derivada. Un análisis de la teoría de Pirie y Kierem.* [Tesis Doctoral]. Universidad de Antioquia

Este libro se terminó de elaborar en junio de 2026 en la
ciudad de Bogotá - Colombia

